TIME
tréninkové, inovační,
metodické a edukační týmy škol
poskytujících střední odborné vzdělání

Registrační číslo projektu:
CZ.1.07/1.3.00/14.0018

Název vzdělávacího programu

Základy elektrotechniky – řešení příkladů

Určeno pro potřeby dalšího vzdělávání pedagogických pracovníků
středních odborných škol

Autor
Ing. Petr Vavřiňák

Název a sídlo školy
Střední škola elektrotechnická,
Ostrava, příspěvková organizace
Na Jízdárně 30,
702 00 OSTRAVA

Rok vytvoření vzdělávacího programu
2012

Tento vzdělávací program byl vytvořen ve spolupráci s odborníky z praxe v rámci projektu Moravskoslezského kraje
a je určen učitelům odborných předmětů, odborného výcviku a praktického vyučování na středních odborných školách příslušného oborového zaměření.

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
Moravskoslezský kraj
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

POKYNY KE STUDIU:

 ČAS KE STUDIU

Čas potřebný k prostudování látky. Čas je pouze orientační a slouží jako hrubé vodítko pro rozvržení studia kapitoly.

 CÍL

Cíle, kterých lze dosáhnout prostudováním kapitoly – konkrétní dovednosti, znalosti.

 POJMY K ZAPAMATOVÁNÍ

Pojmy, které si je potřeba zapamatovat.

 VÝKLAD

Teoretický výklad studované látky, zavedení nových pojmů a jejich vysvětlení.

 ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

Podrobný postup při řešení příkladů.

 SHRNUTÍ POJMŮ

Zopakování hlavních pojmů.

 OTÁZKY

Několik teoretických otázek pro ověření zvládnutí kapitoly.

 PRAKTICKÉ ÚLOHY

Několik praktických příkladů pro ověření zvládnutí kapitoly.

V celém textu jsou dodržovány tyto barevné kombinace:

Veličina, prvek	Obrázek	Barevný model - RGB		
		Červená	**Zelená**	**Modrá**
Napětí		255	90	0
Proud		255	190	0
Rezistor, vodivost		0	0	255
Napětí na rezistoru		60	60	255
Proud rezistorem		120	120	255
Cívka, Induktivní reaktance a susceptance		255	0	0
Napětí na cívce		255	60	60
Proud cívkou		255	120	120
Kondenzátor, Kapacitní reaktance a susceptance		0	100	0
Napětí na kondenzátoru		0	170	0
Proud kondenzátorem		50	200	50
Úhel		200	100	200
Impedance		255	60	0
Admitance		255	150	0
Činný výkon		160	80	255
Jalový výkon		230	150	150
Zdánlivý výkon		90	30	30
Osy, kóty		0	0	0
Pomocná čára		75	120	190

OBSAH:

1. STŘÍDAVÉ PROUDY 6

1.1. Znázorňování veličin střídavého proudu fázory 6

1.2. Veličiny střídavého proudu 8

1.2.1. Okamžitá hodnota 9

1.2.2. Maximální hodnota 9

1.2.3. Efektivní hodnota 9

1.2.4. Střední hodnota 10

Příklad 1.2.4.1. 11

1.3. Fázový posun 12

1.3.1. Ve fázi 12

1.3.2. Proud se zpožďuje za napětím 13

1.3.3. Proud předbíhá napětí 13

1.3.4. V protifázi 14

1.4. Jednoduché obvody střídavého proudu 15

1.4.1. Ideální rezistor v obvodu střídavého proudu 15

1.4.2. Ideální cívka v obvodu střídavého proudu 18

1.4.3. Ideální kondenzátor v obvodu střídavého proudu 22

1.5. Sériové řazení prvků 26

1.5.1. Sériové řazení R a L 26

Příklad 1.5.1.1. 32

Příklad 1.5.1.2. 37

1.5.2. Sériové řazení R a C 41

Příklad 1.5.2.1. 43

1.5.3. Sériové řazení L a C 49

1.5.4. Sériové řazení R a L a C 52

Příklad 1.5.4.1. 55

1.6. Paralelní řazení prvků 62

1.6.1. Paralelní řazení R a L 62

Příklad 1.6.1.1. 68

1.6.2. Paralelní řazení R a C 73

Příklad 1.6.2.1. 77

1.6.3. Paralelní řazení L a C *82*
1.6.4. Paralelní řazení R a L a C *85*
Příklad 1.6.4.1. 89
1.7. Sérioparalelní řazení prvků R, L, C 96
1.7.1. Přepočet sériového obvodu na paralelní *96*
Příklad 1.7.1.1. 99
1.7.2. Přepočet paralelního obvodu na sériový *103*
Příklad 1.7.2.1. 106
1.7.3. Využití přepočtů duálních obvodů pro výpočet sérioparalelních obvodů *109*
Příklad 1.7.3.1. 113
Příklad 1.7.3.2. 121
1.7.4. Výpočet sérioparalelních obvodů zjednodušováním obvodů pomocí impedancí a admitancí *128*
Příklad 1.7.4.1. 134
1.8. Skutečné parametry rezistorů, cívek a kondenzátorů 138
1.8.1. Skutečný rezistor *139*
1.8.2. Skutečná cívka *139*
1.8.3. Skutečný kondenzátor *140*
Příklad 1.8.3.1. 142
Příklad 1.8.3.2. 143
1.9. Řešení obvodů střídavého proudu symbolickou metodou 144
1.9.1. Komplexní číslo *144*
1.9.2. Matematické operace s komplexními čísly *147*
Příklad 1.9.2.1. 149
Příklad 1.9.2.2. 149
1.9.3. Impedance a admitance v komplexním tvaru *151*
1.9.4. Řešení obvodů symbolickou metodou *154*
Příklad 1.9.4.1. 155
Příklad 1.9.4.2. 160

1. STŘÍDAVÉ PROUDY

1.1. Znázorňování veličin střídavého proudu fázory

ČAS KE STUDIU

20 minut + 20 minut konstrukce sinusoidy.

CÍL

Pochopit znázorňování veličin střídavého proudu. Nakreslit sinusový průběh veličin střídavého proudu.

POJMY K ZAPAMATOVÁNÍ

Fázor = vektor otáčející se kolem počátku.

Frekvence = počet cyklů za sekundu, značí se f a jednotkou je Hz (velikostně 1 Hz = 1 s^{-1}).

Perioda = doba jednoho cyklu, značí se T, jednotkou je s a je převrácenou hodnotou frekvence $\left(T = {}^{1}\!/_{f}\right)$.

Úhlová rychlost = úhel za čas, značí se ω a její jednotkou je rad · s^{-1}. Dá se vypočíst i jako počet otočení (cyklů) za sekundu (frekvence) násobený plným úhlem $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$.

VÝKLAD

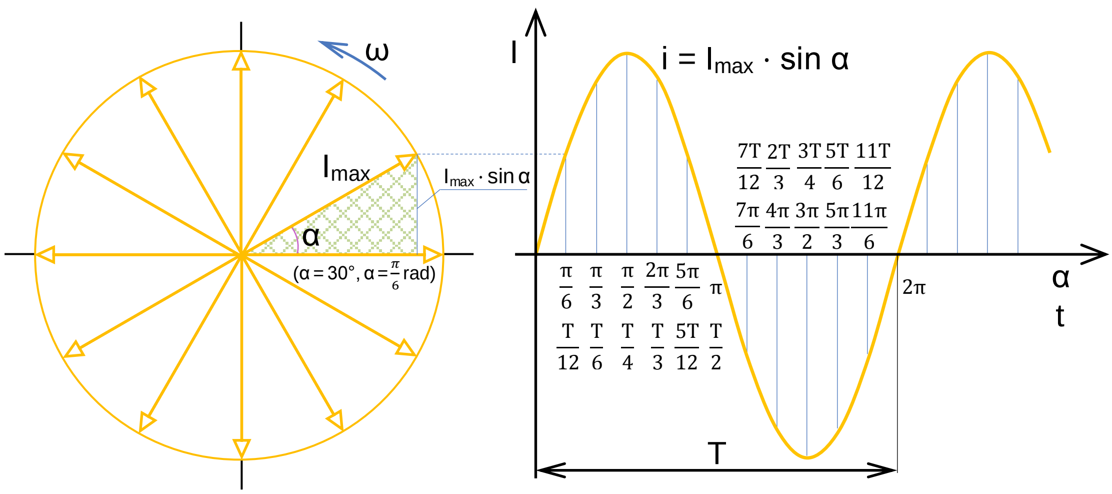
Veličiny střídavého proudu se znázorňují tzv. fázory, což jsou vektory otáčející se kolem počátku úhlovou rychlostí ω. Směr otáčení je proti směru hodinových ručiček. Úhlovou rychlost ω můžeme vypočítat ze vztahu $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$ [rad · s^{-1}], kde $2 \cdot \pi$ je plný úhel a f je počet otočení fázoru za sekundu, tedy frekvence. Úhlová rychlost (někdy nazývaná kruhová frekvence nebo úhlový kmitočet) tedy udává o jaký úhel (v radiánech) se otočí fázor za sekundu.

Pomocí fázoru dané veličiny lze zkonstruovat její sinusový průběh. Při konstrukci vycházíme z kruhu o poloměru, který odpovídá amplitudě (viz dále) veličiny. Dále nakreslíme fázor veličiny pootočený po několika úhlech například po 30° (π/6). Z průsečíku fázoru a kružnice spustíme kolmici k ose x a vytvoříme pravoúhlý trojúhelník. Tato kolmice je v trojúhelníku protilehlou odvěsnou k úhlu (α), který svírá fázor s osou x, její délka tedy odpovídá součinu amplitudy veličiny a sinu tohoto úhlu ($I_{max} \cdot \sin \alpha$). Na časové ose vyznačíme dílky po úhlech, ve kterých jsme kreslili fázory (π/6). Do každého dílku pak vyneseme odpovídající velikost protilehlé odvěsny trojúhelníku. Konce vynesených protilehlých odvěsen nakonec propojíme a tím vykreslíme sinusoidu.

Otočením fázoru o plný úhel (2 · π) jsme na časové ose vynesli dobu periody T. Jelikož počet otočení fázoru (tedy i počet period) za sekundu je frekvence, je doba periody její převrácenou hodnotou:

$$T = \frac{1}{f}$$

;



POZNÁMKA:

Postup konstrukce sinusoidy naleznete ve výukové prezentaci číslo 1.

Σ SHRNUTÍ POJMŮ

Fázor, perioda, frekvence, úhlová rychlost, sinusový průběh střídavých veličin.

? OTÁZKY

Co je to fázor?

Jaký je vztah mezi periodou a frekvencí?

Na čem závisí úhlová rychlost?

PRAKTICKÉ ÚLOHY

Na výkres v měřítku 1 cm ≘ 1 A a 1 cm ≘ 10° narýsujte sinusoidu proudu s amplitudou 5 A. Okamžitou hodnotu proudu vyneste po 30° $\left(\pi/_{6}\ \mathrm{rad}\right)$.

1.2. Veličiny střídavého proudu

ČAS KE STUDIU

45 minut

CÍL

Pochopit hodnoty veličin střídavého proudu.

POJMY K ZAPAMATOVÁNÍ

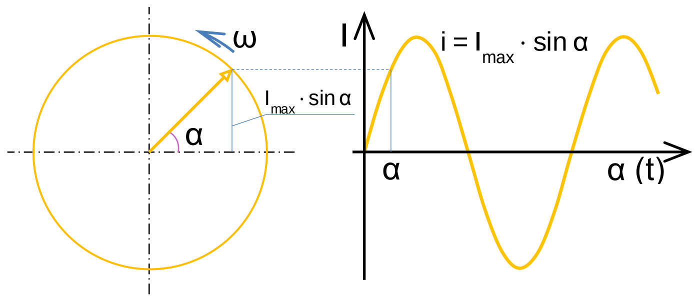
Okamžitá hodnota = hodnota dané veličiny odpovídající určitému časovému okamžiku.
Maximální hodnota = největší okamžitá hodnota, neboli amplituda dané veličiny.
Efektivní hodnota = hodnota střídavé veličiny, která vyvolá stejný tepelný účinek jako myšlená hodnota veličiny stejnosměrné.
Střední hodnota = hodnota střídavé veličiny, která vyvolá stejný chemický účinek jako myšlená hodnota veličiny stejnosměrné.

VÝKLAD

U střídavých sinusových veličin rozlišujeme několik hodnot:

- Okamžitá hodnota.
- Maximální hodnota.
- Efektivní hodnota.
- Střední hodnota.

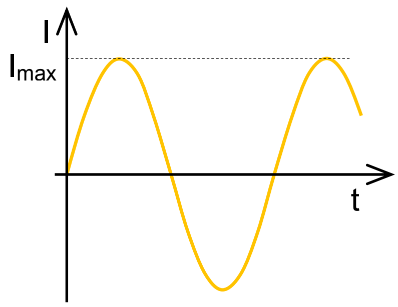
1.2.1. Okamžitá hodnota



Je hodnota odpovídající určitému časovému okamžiku. Z obrázku je zřejmé, že se jedná o délku kolmého průmětu fázoru v daném okamžiku, tedy o délku protilehlé odvěsny pravoúhlého trojúhelníku. Označujeme ji malými písmeny (i, u). Velikost okamžité hodnoty je dána součinem amplitudy veličiny a sinu úhlu, který svírá v daném okamžiku fázor s osou x ($i = I_{max} \cdot \sin\alpha$; $u = U_{max} \cdot \sin\alpha$).

Jelikož se fázory otáčí konstantní úhlovou rychlostí ω a jelikož uhlová rychlost je úhel za čas $\omega = {}^{d\alpha}/_{dt}$, přičemž pro konstantní rychlost platí zjednodušený tvar $\omega = {}^{\alpha}/_{t}$, pak úhel α můžeme vyjádřit ze vztahu $\alpha = \omega \cdot t$. Okamžitou hodnotu tedy můžeme vyjádřit vztahy: $i = I_{max} \cdot \sin(\omega \cdot t)$; $u = U_{max} \cdot \sin(\omega \cdot t)$.

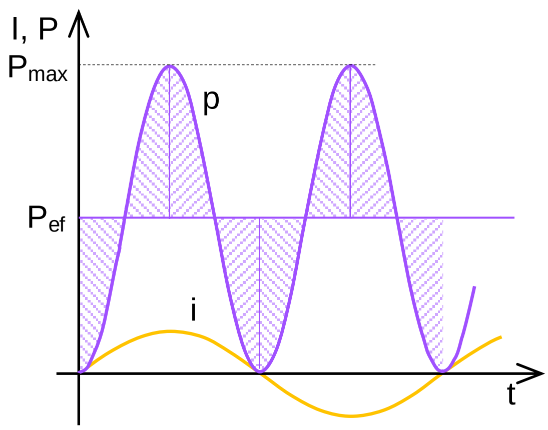
1.2.2. Maximální hodnota



Je největší okamžitá hodnota neboli amplituda veličiny. Ozařujeme ji indexem „max“ (I_{max}; U_{max}).

1.2.3. Efektivní hodnota

Efektivní hodnota střídavého proudu je rovna hodnotě myšleného proudu stejnosměrného, který by vyvolal při průchodu vodičem stejný tepelný účinek (efekt) jako skutečný střídavý proud. Efektivní hodnoty značíme stejně jako stejnosměrné hodnoty velkými písmeny (I, U - někdy s indexem „ef“ I_{ef}, U_{ef}). Pro odvození velikosti efektivní hodnoty proudu vycházíme z tepelných (Jouleových) ztrát. Okamžitá hodnota je dána vztahem $p = R \cdot i^2$ a po dosazení za okamžitou hodnotu proudu pak $p = R \cdot I_{max}^2 \cdot \sin^2 \omega t$. A jelikož časový průběh výkonu je dán druhou mocninou funkce sinus, je jeho hodnota stále kladná a má dvojnásobnou frekvenci. Maximální hodnota výkonu je pak dána vztahem $P_{max} = R \cdot I_{max}^2$.



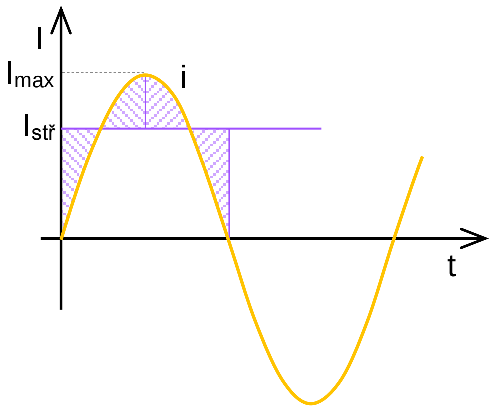
Z obrázku je patrné, že efektivní hodnota výkonu je přesně polovinou maximální hodnoty výkonu (plocha nad, se rovná ploše pod efektivní hodnotou výkonu), tedy

$P_{ef} = \frac{1}{2} \cdot P_{max} = \frac{1}{2} \cdot R \cdot I_{max}^2$. A jelikož zároveň musí platit vztah $P_{ef} = U_{ef} \cdot I_{ef}$, dostaneme matematickou úpravou z rovnosti těchto vztahů vztah pro velikost efektivní hodnoty proudu:

$$\frac{1}{2} \cdot R \cdot I_{max}^2 = R \cdot I_{ef}^2 \Rightarrow I_{ef} = I = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot I_{max}^2} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} \doteq 0{,}707 \cdot I_{max}.$$

Obdobný vztah lze odvodit i pro efektivní hodnotu napětí:

$$U_{ef} = U = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} \doteq 0{,}707 \cdot U_{max}.$$



1.2.4. Střední hodnota

Střední hodnota střídavého proudu je rovna hodnotě myšleného proudu stejnosměrného, který by vyvolal stejné chemické účinky jako skutečný střídavý proud. Počítá se jen z doby půlperiody. Její velikost je dána stranou obdélníku, jehož délka odpovídá době půlperiody a plocha odpovídá ploše půlvlny sinusového průběhu proudu. Značí se velkým písmenem s indexem „stř“ nebo „av“ (average) $I_{stř}$, $U_{stř}$ nebo I_{av}, U_{av}. Střední hodnotu jedné půlvlny vypočteme ze vztahu:

$$I_{stř} = \frac{2 \cdot I_{max}}{\pi} \doteq 0{,}637 \cdot I_{max}, \qquad U_{stř} = \frac{2 \cdot U_{max}}{\pi} \doteq 0{,}637 \cdot U_{max}.$$

POZNÁMKA:

Hodnoty střídavého proudu naleznete ve výukové prezentaci číslo 1.

SHRNUTÍ POJMŮ

Okamžitá hodnota, maximální hodnota, amplituda, efektivní hodnota, střední hodnota

OTÁZKY

Definujte efektivní hodnotu střídavého elektrického proudu.

Definujte okamžitou hodnotu střídavého elektrického proudu.

ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

Příklad 1.2.4.1.

Zadání:

Vypočtěte okamžitou hodnotu proudu v čase 132 ms, je-li maximální hodnota proudu 15 mA a frekvence je 50 Hz. Dále vypočtěte efektivní hodnotu tohoto proudu.

Vyjádření zadání:

$t = 132\ \text{ms} = 0{,}132\ \text{s}$	$i = ?$
$I_{max} = 15\ \text{mA} = 0{,}015\ \text{A}$	$I = ?$
$f = 50\ \text{Hz}$	

Řešení:

$i = I_{max} \cdot \sin(\omega \cdot t) = I_{max} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t) = 0{,}015 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0{,}132) =$

$0{,}015 \cdot (-0{,}5878)$

$i = -0{,}008\,817\ \text{A} = -8{,}817\ \text{mA}$

$$I_{ef} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{0{,}015}{\sqrt{2}} = 0{,}010\,61\ \text{A} = 10{,}61\ \text{mA}$$

POZNÁMKA:

Úhel vyjádřený součinem ωt je v radiánech a proto si nesmíme zapomenout přepnout kalkulačku.

PRAKTICKÉ ÚLOHY

Vypočtěte okamžitou hodnotu proudu v čase 0,2 s, je-li maximální hodnota proudu 7,5 mA a frekvence je 32 Hz. Dále vypočtěte efektivní hodnotu tohoto proudu a střední hodnotu jedné půlvlny tohoto proudu.

1.3. Fázový posun

ČAS KE STUDIU

20 minut + 30 minut konstrukce sinusoid.

CÍL

Pochopit fázový posun veličin střídavého proudu.

POJMY K ZAPAMATOVÁNÍ

Ve fázi = úhel mezi fázory je roven nule.
Proud se zpožďuje za napětím = fázor proudu je proti fázoru napětí posunut o určitý úhel ve směru hodinových ručiček.

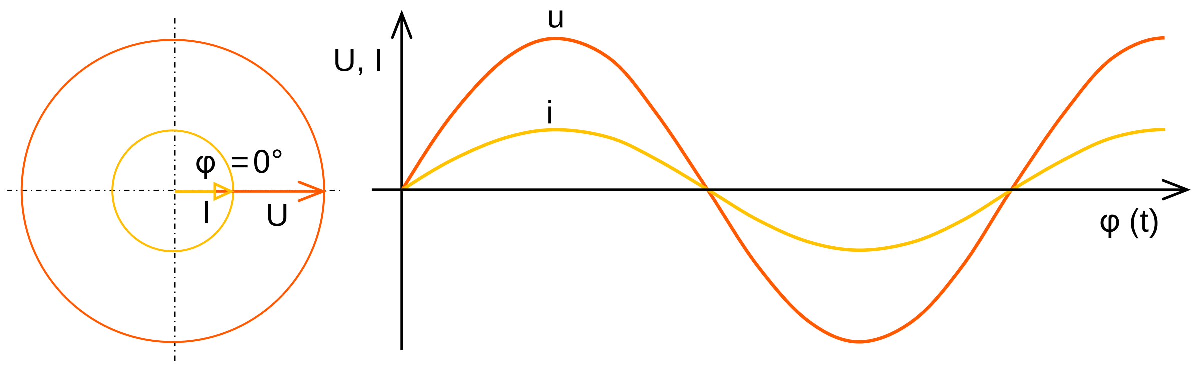
Proud předbíhá napětí = fázor proudu je proti fázoru napětí posunut o určitý úhel proti směru hodinových ručiček.

V protifázi = úhel mezi fázory je roven 180° (π rad).

VÝKLAD

1.3.1. Ve fázi

Dva fázory jsou tzv. ve fázi, jestliže svírají nulový úhel a jejich okamžité hodnoty nabývají nulové hodnoty i hodnoty maximální ve stejný okamžik.



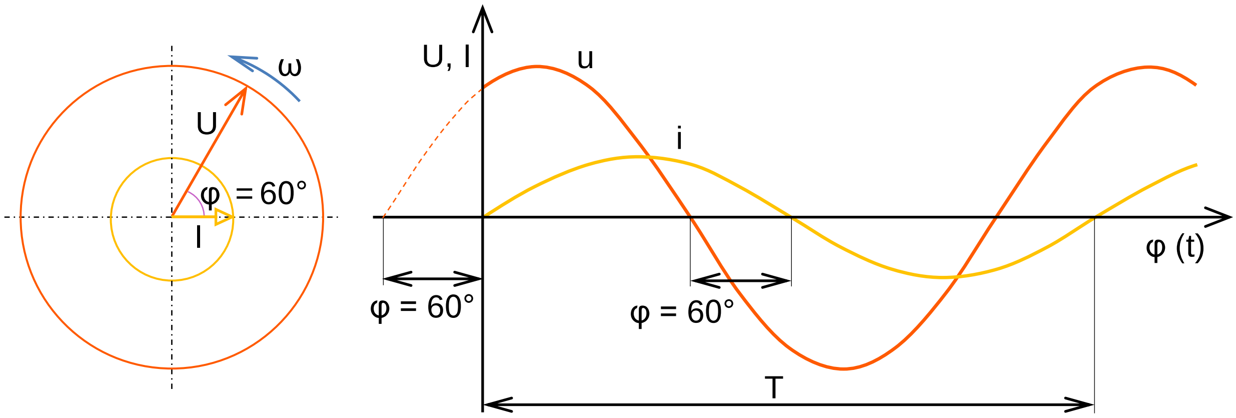
POZNÁMKA:

V elektrotechnice se úhel vyjadřující fázový posun mezi proudem a napětím označuje řeckým písmenem φ.

1.3.2. Proud se zpožďuje za napětím

Pokud se proud zpožďuje za napětím, pak fázor proudu je proti fázoru napětí posunut o určitý úhel (v obrázku o 60°) ve směru hodinových ručiček (proti směru otáčení fázorů). Také všechny odpovídající okamžité hodnoty proudu (nulové, maximální) jsou časově zpožděny za napětím o dobu odpovídající úhlu zpoždění (60°).

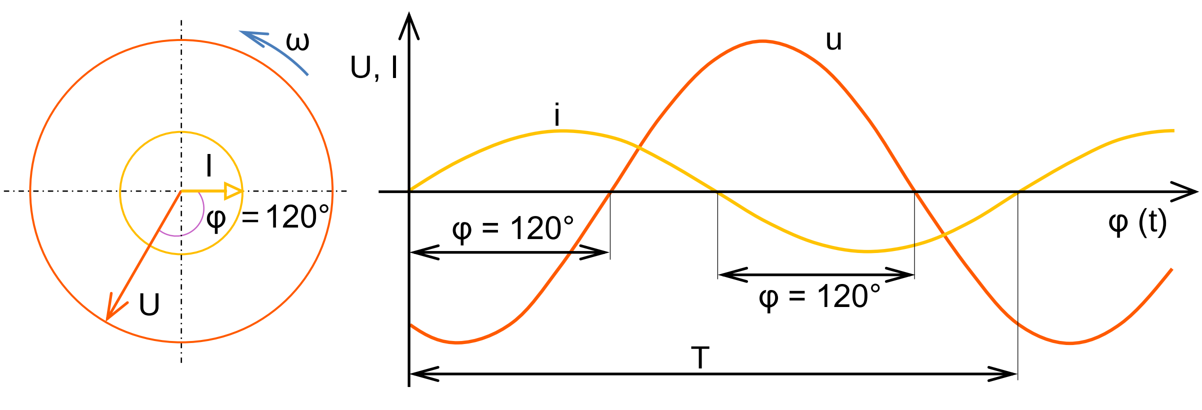
Můžeme samozřejmě také říct, že *napětí přebíhá proud* o určitý úhel (60°). Pak všechny odpovídající okamžité hodnoty napětí (nulové, maximální) časově předbíhají proud o dobu odpovídající úhlu předbíhání (60°). Obě tvrzení jsou rovnocenná.



1.3.3. Proud předbíhá napětí

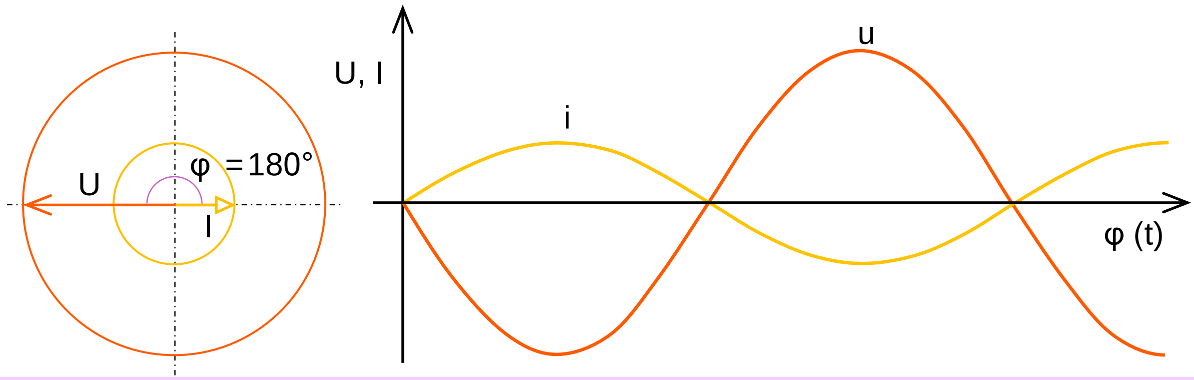
Pokud proud předbíhá napětí, pak fázor proudu je proti fázoru napětí posunut o určitý úhel (v obrázku o 120°) proti směru hodinových ručiček. Také všechny odpovídající okamžité hodnoty proudu (nulové, maximální) časově předbíhají napětí o dobu odpovídající úhlu předbíhání (120°).

Můžeme samozřejmě také říct, že *napětí se za proudem zpožďuje* o určitý úhel (120°). Pak všechny odpovídající okamžité hodnoty napětí (nulové, maximální) jsou časově zpožděny za proudem o dobu odpovídající úhlu zpoždění (120°). Obě tvrzení jsou opět rovnocenná.



1.3.4. V protifázi

Fázory jsou v protifázi, jestliže jsou posunuty o 180°, průběhy jejich okamžitých hodnot procházejí nulovými i maximální hodnotami ve stejný okamžik, ale jejich maximální hodnoty jsou v opačných polaritách.



POZNÁMKA:

Ukázky konstrukce sinusoid s fázovým posunem naleznete ve výukové prezentaci číslo 1.

SHRNUTÍ POJMŮ

Ve fázi, proud předbíhá napětí, proud se zpožďuje za napětím, v protifázi.

OTÁZKY

Definujte předbíhání a zpožďování fázorů.

Kdy jsou dva fázory ve fázi a kdy v protifázi?

PRAKTICKÉ ÚLOHY

Na výkres v měřítku 1 cm ≙ 1 A, 1 cm ≙ 10 V a 1 cm ≙ 30° narýsujte sinusoidy proudu s amplitudou 4 A (červeně), napětí U_1 s efektivní hodnotou 21,9 V a fázovým posunem za proud o 60° (modře) a napětí U_2 s efektivní hodnotou 42,4 V a fázovým posunem před proud o 30° (zeleně). Na výkrese naznačte fázový posun mezi napětími U_1 a U_2 a určete jeho velikost.

1.4. Jednoduché obvody střídavého proudu

Jednoduchým obvodem se rozumí elektrický obvod vytvořený jen jedním ideálním obvodovým prvkem (rezistorem R, cívkou L, kondenzátorem C) připojeným ke zdroji střídavého napětí U. Obvodem prochází střídavý elektrický proud I.

1.4.1. Ideální rezistor v obvodu střídavého proudu

ČAS KE STUDIU

45 minut.

CÍL

Pochopit poměry veličin střídavého proudu v obvodu s ideálním rezistorem.

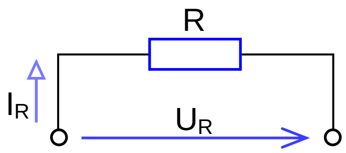
POJMY K ZAPAMATOVÁNÍ

Ideální rezistor = prvek elektrického obvodu, který se projevuje jen elektrickým odporem R [Ω].

Fázový posun proudu a napětí na ideálním rezistoru = fázor proudu je ve fázi s fázorem napětí (svírají nulový úhel).

Výkon obvodu s rezistorem = činný výkon P [W], který koná práci (rezistor přeměňuje elektrickou energii na energii tepelnou).

VÝKLAD



Ideální rezistor je prvek elektrického obvodu, který se projevuje jen elektrickým odporem R [Ω]. Připojíme-li tento rezistor ke zdroji střídavého napětí sinusového průběhu ($u = U_{max} \cdot \sin \omega t$), začne jím protékat střídavý elektrický proud taktéž sinusového průběhu ($i = I_{max} \cdot \sin \omega t$). Pro okamžité hodnoty napětí a proudu platí Ohmův zákon:

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_{max} \cdot \sin(\omega \cdot t)}{R} = I_{max} \cdot \sin(\omega \cdot t).$$

Ohmův zákon dle předchozí rovnice platí i pro maximální hodnoty

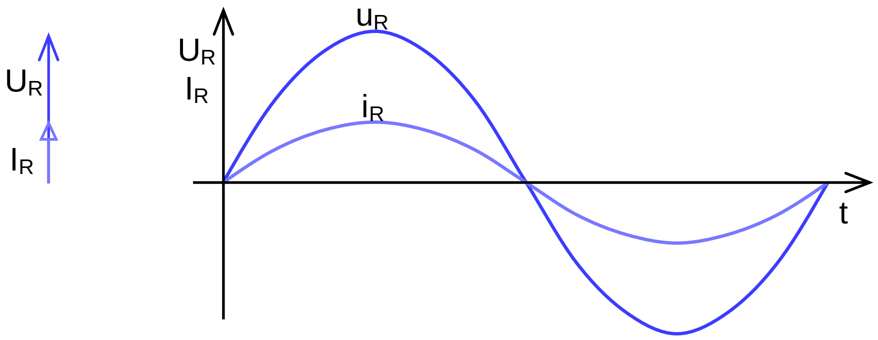
$$I_{max} = \frac{U_{max}}{R},$$

a po dosazení za $I_{max} = \sqrt{2} \cdot I$ a za $U_{max} = \sqrt{2} \cdot U$, dostaneme Ohmův zákon pro efektivní hodnoty

$$\sqrt{2} \cdot I = \frac{\sqrt{2} \cdot U}{R}, \text{tedy } I = \frac{U}{R}.$$

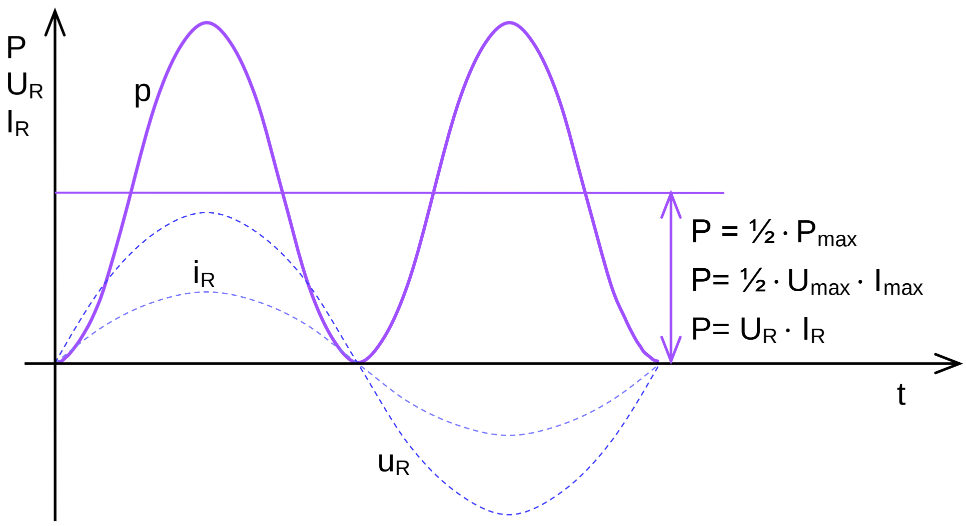
Dosadíme-li za elektrický odpor jeho převrácenou hodnotu, tedy vodivost $G = {}^{1}/_{R}$ [S], dostaneme Ohmův zákon ve tvaru: I = G · U.

Proud a napětí na ideálním rezistoru jsou ve fázi (jejich okamžité hodnoty nabývají ve stejný okamžik nulové hodnoty i hodnoty maximální).



Výkon střídavého proudu v obvodu s ideálním rezistorem je dán součinem napětí a proudu na rezistoru $P = U_R \cdot I_R$ [W]. Stejně tak i okamžitá hodnota výkonu je dána součinem okamžitých hodnot napětí a proudu $p = u_R \cdot i_R$. Ze znázornění napětí a proudu na rezistoru je zřejmé, že okamžitá hodnota výkonu je vždy kladná ($i_+ \cdot u_+ = p_+$; $i_- \cdot u_- = p_+$).

Grafickým znázorněním průběhu výkonu v obvodu ideálního rezistoru je sinusoida s osou ležící nad osou času (posunutá o efektivní hodnotu výkonu P) a s dvojnásobnou frekvencí. Je to výkon činný a koná práci (vykonaná práce odpovídá ploše pod křivkou výkonu).



S použitím Ohmova zákona můžeme výkon také vyjádřit:

$$P = U_R \cdot I_R = \frac{U_R^2}{R} = R \cdot I_R^2.$$

SHRNUTÍ POJMŮ

Ideální rezistor, vodivost, fázový posun proudu a napětí na rezistoru, výkon obvodu s ideálním rezistorem.

OTÁZKY

Jak definujeme ideální rezistor?

Jak definujeme elektrickou vodivost, jak ji značíme a jaká je její jednotka?

Jaký je fázový posun proudu a napětí na ideálním rezistoru?

Jak vypočteme výkon v obvodu s ideálním rezistorem?

Jaký časový průběh má výkon v obvodu s ideálním rezistorem?

PRAKTICKÉ ÚLOHY

Jaký proud prochází ideálním rezistorem s elektrickým odporem 270 Ω po připojení ke zdroji střídavého napětí 54 V?

Vypočtěte výkon střídavého proudu v obvodu s ideálním rezistorem, je-li zadáno: napětí 80 V, proud 200 mA.

Jaký výkon musí mít ideální rezistor s elektrickým odporem 1 500 Ω, aby jej nepoškodil procházející proud 280 mA?

Jaké napětí má zdroj, který v ideálním rezistoru s elektrickým odporem 168,5 Ω vytváří výkon 10,1 W?

Jaký výkon musí mít ideální rezistor s elektrickým odporem 3,3 kΩ, aby vydržel připojení ke zdroji napětí 230 V?

1.4.2. Ideální cívka v obvodu střídavého proudu

ČAS KE STUDIU

45 minut

CÍL

Pochopit poměry veličin střídavého proudu v obvodu s ideální cívkou.

POJMY K ZAPAMATOVÁNÍ

Ideální cívka = prvek elektrického obvodu, který se projevuje jen elektrickou indukčností L [H].

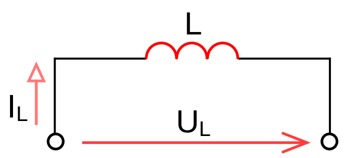
Fázový posun proudu a napětí na ideální cívce = fázor proudu se zpožďuje za fázorem napětí o úhel 90°.

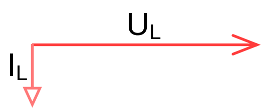
Indukční reaktance = zdánlivý odpor cívky $X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$ [Ω].

Indukční susceptance = zdánlivá vodivost cívky B_L, převrácená hodnota indukční reaktance $B_L = \frac{1}{X_L} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot L}$ [S].

Výkon obvodu s ideální cívkou = jalový výkon Q [var], který přeměňuje energii zdroje na energii magnetického pole cívky, toto pole posléze zaniká a svoji energii pomocí elektromagnetické indukce mění zpět na energii elektrickou.

VÝKLAD





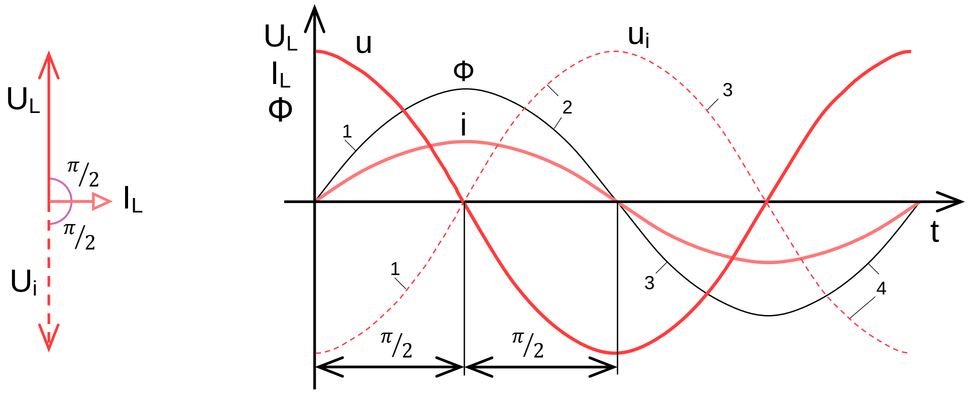
Ideální cívka se v obvodu projevuje jen svojí indukčností, resp. induktivní reaktancí. Střídavý sinusový proud procházející cívkou v ní vyvolá střídavý sinusový magnetický tok Φ, který je ve fázi s proudem.

Střídavý magnetický tok indukuje v cívce napětí u_i, které dle indukčního zákona $\left(u_i = {}^{d\Phi}/_{dt}\right)$ má maximální hodnotu v okamžiku největší změny magnetického toku, tedy při průchodu magnetického toku nulou. Naopak v maximální hodnotě magnetického toku je jeho změna nulová a proto i indukované napětí je nulové.

Průběh indukovaného napětí je tedy také sinusového průběhu a fázově se zpožďuje za magnetickým tokem a tedy i proudem o ¼ periody, tedy 90° $(\pi/2)$.

Směr indukovaného napětí určujeme dle Lencova pravidla (indukované napětí vyvolá proud, který svým magnetickým polem brání změně magnetického pole, které jej vyvolalo), tedy zvětšuje-li se magnetický tok v kladné půlvlně (viz obrázek odkaz 1), brání indukované napětí zvětšování magnetického toku a indukované napětí má zápornou hodnotu (1). Naopak zmenšuje-li se magnetický tok v kladné půlvlně (2), působí indukované napětí stejným směrem a má kladnou hodnotu (2). Obdobné je to i v záporné půlvlně magnetického toku, bude-li narůstat záporná hodnota magnetického toku (3), bude indukované napětí bránit jeho zvětšování a indukované napětí bude mít zápornou hodnotu (3). Naopak při poklesu záporné hodnoty magnetického toku (4), působí indukované napětí stejným směrem a má kladnou hodnotu (4).

Proto, aby cívkou procházel proud, musí napětí zdroje indukované napětí potlačit a musí tedy být s indukovaným napětím v protifázi (180°; π). Z toho vyplývá, že napětí na cívce U_L předbíhá proud o $\pi/2$ (¼ periody).



Pro okamžité hodnoty proudu a napětí tedy platí:

$$i = I_{max} \cdot \sin \omega \cdot t, \;\; u = U_{max} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2}\right).$$

Má-li cívka N závitů, pak proud procházející touto cívkou vybudí tzv. spřažený magnetický tok Ψ = N·Φ. Vlastní indukčnost této cívky se pak dá staticky definovat jako poměr spřaženého magnetického toku a proudu procházejícího cívkou:

$$L = \frac{\Psi}{I} = \frac{N \cdot \Phi}{I} \;\; [H].$$

Dynamická definice vlastní indukčnosti popisuje velikost indukovaného napětí časovou změnou proudu:

$$L = \frac{u}{\frac{dI}{dt}} \left(L = \frac{u}{\frac{\Delta I}{\Delta t}} \text{ - pro lineární časovou změnu proudu} \right).$$

Z tohoto vztahu je definována jednotka indukčnosti henry (H). Cívka má indukčnost jeden henry pokud při rovnoměrné změně proudu o 1 ampér za 1 sekundu se do ní naindukuje napětí 1 volt.

Okamžitá hodnota indukovaného napětí v cívce je pak dána vztahem:

$$u = L \cdot \frac{dI}{dt} = N \cdot \frac{d\Phi}{dt},$$

což je indukční zákon, kde $\frac{d\Phi}{dt}$ znamená změnu magnetickéhotoku za element času. Mění-li se magnetický tok sinusově tedy $\Phi = \Phi_{max} \cdot \sin(\omega \cdot t)$, pak po dosazení a vyřešení diferenciální rovnice dostaneme vztah pro okamžitou hodnotu indukovaného napětí $u_i = \omega \cdot N \cdot \Phi_{max} \cdot \cos(\omega \cdot t)$. Maximální hodnota indukovaného napětí ($\cos(\omega \cdot t) = 1$) je $U_{i\,max} = \omega \cdot N \cdot \Phi_{max}$ a jelikož $N \cdot \Phi = L \cdot I$, dostáváme vztah pro maximální hodnotu indukovaného napětí ve tvaru: $U_{i\,max} = \omega \cdot L \cdot I_{max}$. Tato rovnice platí i pro efektivní hodnoty proudu a napětí: $U = \omega \cdot L \cdot I$.

Vyjádříme-li z této rovnice proud, dostaneme rovnici dle Ohmova zákona, kde $\omega \cdot L = X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$, je tzv. indukční reaktance měřená v ohmech:

$$I = \frac{U}{\omega \cdot L} = \frac{U}{X_L}$$

Převrácenou hodnotu indukční reaktance nazýváme indukční susceptance B_L a její jednotkou je Siemens (S):

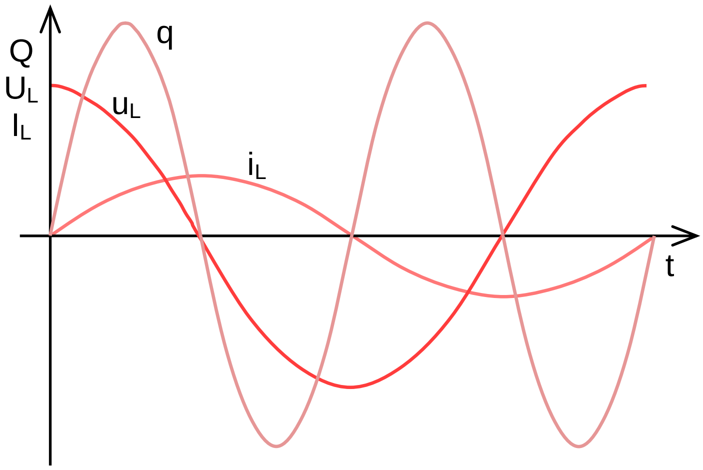
$$B_L = \frac{1}{X_L}$$

POZNÁMKA:

Ohmův zákon vyjádřený zde ($I = \frac{U}{X_L}$) je pouze formální ne fyzikální, neboť indukční reaktance není činný odpor. Tento formální Ohmův zákon platí jen pro maximální a efektivní hodnoty proudu a napětí, neplatí pro hodnoty okamžité!

Výkon střídavého proudu v obvodu s ideální cívkou je dán součinem napětí a proudu na cívce $Q = U_L \cdot I_L$ [var]. Jedná se o tzv. výkon jalový a jeho jednotkou je volt ampér reaktanční (var).

Okamžitá hodnota výkonu v obvodu ideální cívky je dána součinem okamžitých hodnot napětí a proudu $q = u_L \cdot i_L$ a jejím grafickým znázorněním průběhu je sinusoida s dvojnásobnou frekvencí. Kladné a záporné části ploch výkonové křivky jsou stejně velké, tedy jejich součet je nulový a nulová je i konaná elektrická práce. Tento výkon je jen výkonem výměnným, tedy dochází pouze k přesunu energie zdroje do energie magnetického pole cívky a zpět.



SHRNUTÍ POJMŮ

Ideální cívka, fázový posun proudu a napětí na cívce, indukční reaktance, indukční susceptance, výkon obvodu s cívkou.

OTÁZKY

Jaký je fázový posun proudu a napětí na ideální cívce?

Jaký je fázový posun proudu a indukovaného napětí na ideální cívce a napětí zdroje a indukovaného napětí?

Co je to vlastní indukčnost cívky, jak se značí a jak ji vypočteme?

Co je to indukční reaktance, jak se značí a jak ji vypočteme?

Co je to indukční susceptance, jak se značí a jak ji vypočteme?

Jak vypočteme výkon v obvodu s ideální cívkou?

Jaký časový průběh má výkon v obvodu s ideální cívkou?

PRAKTICKÉ ÚLOHY

Vypočtěte indukčnost ideální cívky připojené ke zdroji střídavého napětí 230 V, 50 Hz, prochází-li jí proud 2 A.

Jakou indukčnost musí mít cívka, aby její indukční reaktance byla 10 Ω, při frekvenci 100 Hz, 800 Hz, 1,5 kHz a 7 kHz?

Vypočtěte indukční susceptanci cívky s indukčností 80 mH při frekvenci 50 Hz.

1.4.3. Ideální kondenzátor v obvodu střídavého proudu

ČAS KE STUDIU

45 minut.

CÍL

Pochopit poměry veličin střídavého proudu v obvodu s ideálním kondenzátorem.

POJMY K ZAPAMATOVÁNÍ

Ideální kondenzátor = prvek elektrického obvodu, který se projevuje jen elektrickou kapacitou C [F].

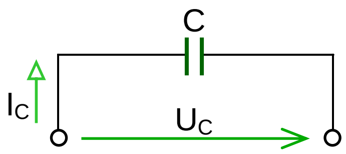
Fázový posun proudu a napětí na ideálním kondenzátoru = fázor proudu se předbíhá před fázorem napětí o úhel 90°.

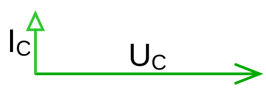
Kapacitní reaktance = zdánlivý odpor kondenzátoru $X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$ [Ω].

Kapacitní susceptance = zdánlivá vodivost kondenzátoru B_C, převrácená hodnota kapacitní reaktance $B_C = \frac{1}{X_C} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot C$ [S].

Výkon obvodu s ideálním kondenzátorem = jalový výkon Q [var], který přeměňuje energii zdroje na energii elektrostatického pole kondenzátoru, které posléze zaniká a svoji energii mění zpět na energii elektrickou vrácenou do zdroje.

VÝKLAD



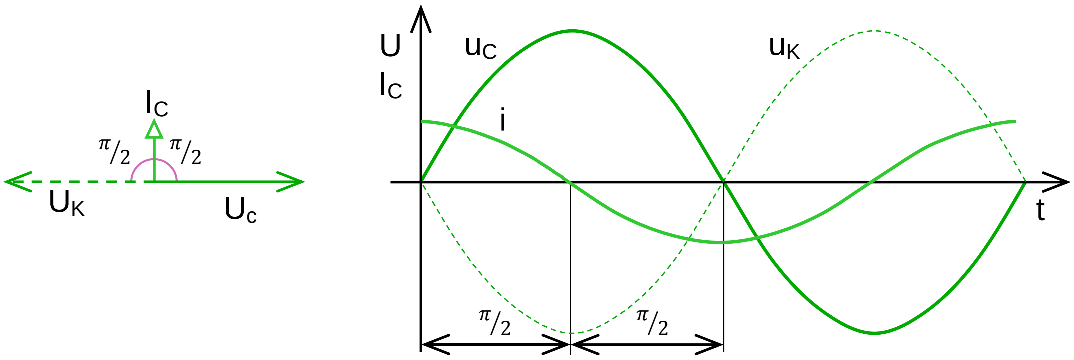


Ideální kondenzátor je prvek, který má dokonale nevodivé dielektrikum a projevuje se pouze kapacitou C.

Připojíme-li ideální kondenzátor ke zdroji střídavého sinusového napětí, bude se kondenzátor střídavě nabíjet a vybíjet, tedy okamžitá hodnota náboje se mění dle vztahu $q = u \cdot C$.

Při zvyšování napětí u_C v kladné půlvlně z nuly na maximální hodnotu se kondenzátor nabíjí a při napětí U_{max} je kondenzátor nabit. Dále napětí v kladné půlvlně klesá zpět na nulovou hodnotu a kondenzátor se vybíjí. Poté napětí narůstá v záporné půlvlně a kondenzátor se opět nabíjí, ale jelikož proud prochází opačně, kondenzátor se nabije na opačnou polaritu. Při nabíjení a vybíjení kondenzátoru prochází obvodem střídavý proud sinusového průběhu, přičemž jeho maximální hodnota je v okamžiku kdy napětí prochází nulou (v okamžiku, ve kterém se kondenzátor začíná nabíjet). Naopak nulovou hodnotu má proud v okamžiku, kdy je kondenzátor nabit a napětí dosáhne maximální hodnoty.

Během nabíjení kondenzátoru se i na něm zvyšuje napětí (u_K) a v okamžiku, kdy je kondenzátor nabit, dosáhne své maximální hodnoty, jen toto napětí je v protifázi proti svorkovému napětí. Jakmile poté začne svorkové napětí klesat, kondenzátor se vybíjí, klesá také napětí na kondenzátoru a při nulovém napětí je kondenzátor zcela vybit. Napětí na kondenzátoru je sinusového průběhu, protože je vyvoláno sinusovým proudem.
Napětí zdroje připojeného k ideálnímu kondenzátoru se zpožďuje za proudem o π/2.



Střídavý proud v obvodu s kondenzátorem je tím větší, čím větší je kapacita, čím vyšší je kmitočet svorkového napětí (tj. čím rychleji se střídá nabíjení s vybíjením kondenzátoru) a čím větší je maximální hodnota (amplituda) svorkového napětí. Maximální hodnota nabíjecího proudu je tedy dána vztahem: $I_{max} = \omega \cdot U_{max} \cdot C$, tato rovnice se dá upravit i pro hodnoty efektivní $\sqrt{2} \cdot I = \omega \cdot \sqrt{2} \cdot U \cdot C$, tedy $I = \omega \cdot U \cdot C = B_C \cdot U$, kde $B_C = \omega \cdot C$ je kapacitní susceptance, neboli jalová kapacitní vodivost, jednotkou je siemens (S). Převrácená hodnota kapacitní susceptance je kapacitní reaktance

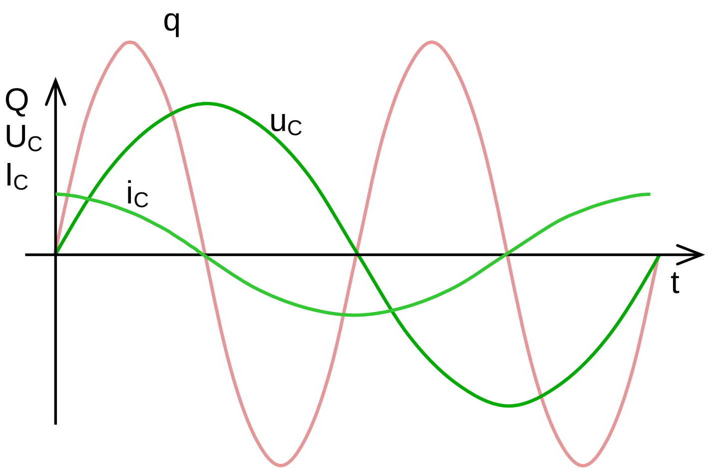
$$X_C = \frac{1}{B_C} = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}.$$

Jednotkou kapacitní reaktance je ohm (Ω).

Pro obvod s ideálním kondenzátorem můžeme napsat Ohmův zákon ve tvaru (stejně jako u cívky neplatí Ohmův zákon pro okamžité hodnoty):

$$I = \frac{U}{X_C}.$$

Výkon střídavého proudu v obvodu s ideálním kondenzátorem je dán součinem napětí a proudu na kondenzátoru $Q = U_C \cdot I_C$ [var]. Jedná se o tzv. výkon jalový a jeho jednotkou je volt ampér reaktanční (var).
Okamžitá hodnota výkonu v obvodu ideálního kondenzátoru je dána součinem okamžitých hodnot napětí a proudu $q = u_C \cdot i_C$ a jejím grafickým znázorněním průběhu je sinusoida s dvojnásobnou frekvencí. Kladné a záporné části ploch výkonové křivky jsou stejně velké, tedy jejich součet je nulový a nulová je i konaná elektrická práce. Tento výkon je jen výkonem výměnným, tedy dochází pouze k přesunu energie zdroje do energie elektrického pole kondenzátoru a zpět.




SHRNUTÍ POJMŮ

Ideální kondenzátor, fázový posun proudu a napětí na kondenzátoru, kapacitní reaktance, kapacitní susceptance, výkon obvodu s kondenzátorem.


OTÁZKY

Jaký je fázový posun proudu a napětí na ideálním kondenzátoru?

Co je to kapacita, jak se značí a jak ji vypočteme?

Co je to kapacitní reaktance, jak se značí a jak ji vypočteme?

Co je to kapacitní susceptance, jak se značí a jak ji vypočteme?

Jak vypočteme výkon v obvodu s ideálním kondenzátorem?

Jaký časový průběh má výkon v obvodu s ideálním kondenzátorem?

PRAKTICKÉ ÚLOHY

Vypočtěte kapacitu ideálního kondenzátoru připojeného ke zdroji střídavého napětí 230 V, 50 Hz, prochází-li jím proud 4 A.

Jakou kapacitu musí mít, kondenzátor, aby jeho kapacitní reaktance byla 15 kΩ, při frekvenci 300 Hz, 880 Hz, 1,9 kHz a 7,5 kHz?

Vypočtěte kapacitní susceptanci kondenzátoru s kapacitou 5,6 nF při frekvenci 50 Hz.

POZNÁMKA:

Seznámení s ideálními prvky a s poměry proudů a napětí na nich opět naleznete ve výukové prezentaci číslo 1.

1.5. Sériové řazení prvků

Protéká-li více prvky elektrického obvodu stejný proud, říkáme, že jsou tyto prvky v obvodu řazeny sériově (za sebou). Fázor elektrického proudu je pro sériově řazené prvky tzv. řídícím fázorem. Proud protékající jednotlivými prvky na nich vytváří úbytky napětí, přičemž vektorový součet těchto úbytků je roven napětí připojeného zdroje.

POZNÁMKA:

V této kapitole budeme považovat všechny prvky elektrického obvodu za ideální (jejich parazitní vlastnosti jsou zanedbány).

1.5.1. Sériové řazení R a L

POZNÁMKA:

V této kapitole je popsán základ sériových obvodů platný i pro další kapitoly se sériově řazenými prvky.

ČAS KE STUDIU

90 minut teoretická příprava + 25 minut řešený příklad.

CÍL

Pochopit poměry veličin střídavého proudu v sériově řazeném obvodu s ideálním rezistorem a ideální cívkou. Naučit se konstruovat fázorové diagramy jak metodou doplňování na rovnoběžník, tak i metodou přesouvání jednoho fázoru na konec jiného fázoru. Naučit se konstruovat impedanční a výkonové trojúhelníky.

POJMY K ZAPAMATOVÁNÍ

Impedance = zdánlivý odpor obvodu složeného z více prvků, značí se Z a její jednotkou je ohm (Ω).

Fázorový diagram = grafické znázornění (grafický součet) fázorů.

Fázový posun proudu a napětí na sériovém spojení ideálního rezistoru s ideální cívkou = fázor napětí předbíhá fázor proudu o úhel φ.

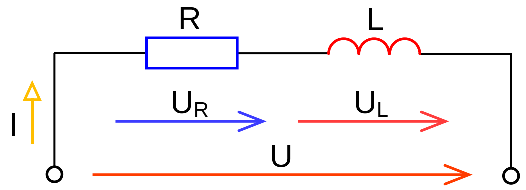
Impedanční trojúhelník = grafické znázornění ohmických (zdánlivých) odporů prvků sériově složeného obvodu.

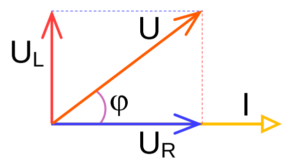
Zdánlivý výkon = součin proudu a napětí, značí se S a jeho jednotkou je volt ampér

(VA), podle velikosti zdánlivého výkonu se dimenzují elektrická zařízení (rozvody, stroje).

Výkonový trojúhelník = grafické znázornění velikosti výkonů (činného, jalového a zdánlivého).

VÝKLAD



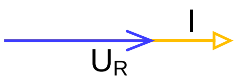


Sériové řazení ideálního rezistoru s odporem R a ideální cívky s indukčností L je na obrázku (v praxi velice časté spojení, neboť skutečná cívka má vždy i činný odpor R_L). Obvodem po připojení ke zdroji střídavého sinusového napětí U začne procházet střídavý sinusový proud I. Tento proud vytvoří na rezistoru úbytek napětí U_R, který je s proudem ve fázi a na cívce vytvoří úbytek U_L, který předbíhá proud o 90°. Vektorový součet těchto úbytků je roven napětí zdroje. Napětí zdroje předbíhá proud o úhel φ.

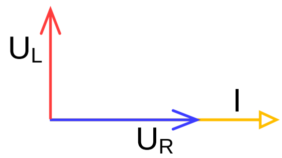
Grafický součet fázorů nazýváme fázorový diagram. Konstrukce fázorového diagramu vychází vždy z řídícího fázoru (u sériového řazení je to fázor proudu):

- ve vhodném měřítku narýsujeme fázor proudu

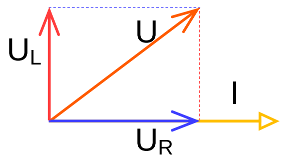
- ve fázi s tímto proudem v napěťovém měřítku narýsujeme úbytek napětí na rezistoru U_R



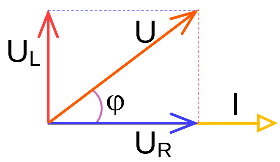
- o 90° před fázor proudu narýsujeme fázor úbytku napětí na cívce U_L (opět v napěťovém měřítku)



- vektorovým součtem úbytků napětí na rezistoru a na cívce (doplněním na rovnoběžník) dostáváme fázor napětí U



- nakonec označíme úhel φ mezi proudem a napětím



POZNÁMKA:

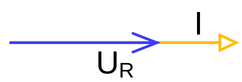
Postup konstrukce fázorového diagramu naleznete ve výukové prezentaci číslo 2.

Při konstrukci fázorového diagramu můžeme pro sčítání použít i přesouvání jednoho fázoru na konec fázoru druhého (v elektrotechnice se používá tento způsob velice často především pro složitější fázorové diagramy, protože je přehlednější).

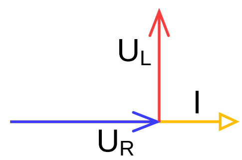
Jak už bylo řečeno, konstrukce fázorového diagramu vychází z řídícího fázoru (u sériového řazení je to fázor proudu):

- ve vhodném měřítku narýsujeme fázor proudu

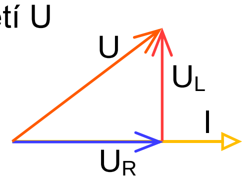
- ve fázi s tímto proudem v napěťovém měřítku narýsujeme úbytek napětí na rezistoru U_R



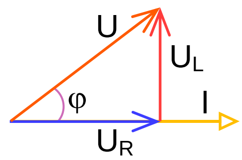
- na konec fázoru úbytku napětí na rezistoru U_R, narýsujeme fázor úbytku napětí na cívce U_L (opět v napěťovém měřítku), který předbíhá fázor proudu o 90°



- mezi počátek fázoru U_R (obecně počátek prvního fázoru) a konec fázoru U_L (obecně konec posledního fázoru) narýsujeme fázor napětí U



- nakonec opět označíme úhel φ mezi proudem a napětím (napětí předbíhá proud o úhel φ)



POZNÁMKA:

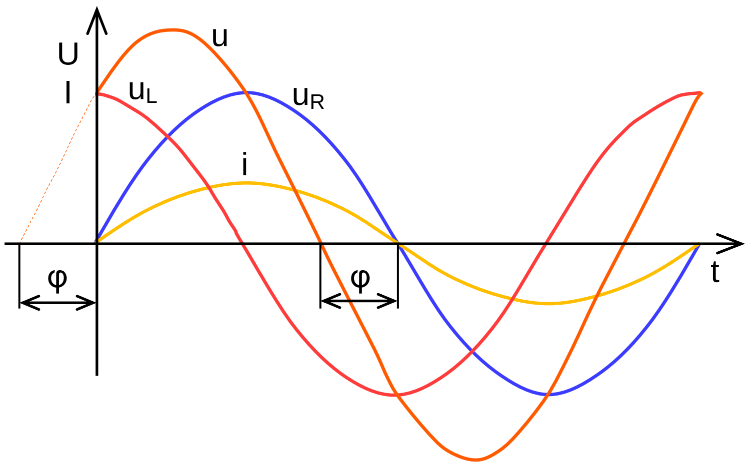
Postup konstrukce tímto způsobem také naleznete ve výukové prezentaci číslo 2.

Z fázorového diagramu je patrné, že trojúhelník napětí U_R, U_L a U je pravoúhlý a platí pro něj Pythagorova věta a goniometrické funkce. Můžeme tedy napsat rovnice:

$$U^2 = U_R^2 + U_L^2 \Longrightarrow U = \sqrt{U_R^2 + U_L^2};$$

$$\cos\varphi = \frac{U_R}{U}; \sin\varphi = \frac{U_L}{U}; \mathrm{tg}\,\varphi = \frac{U_L}{U_R}.$$

Průběh okamžitých hodnot prou9du a jednotlivých napětí je na následujícím obrázku. Napětí předbíhá proud o úhel φ. Okamžitá hodnota napětí je dána součtem okamžitých hodnot napětí na rezistoru a na cívce $u = u_R + u_L$.



Vydělíme-li fázory napětí řídícím fázorem proudu, dostaneme parametry tzv. impedančního trojúhelníku:

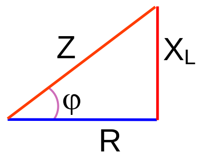
$$\frac{U_R}{I} = R;\ \frac{U_L}{I} = X_L;\ \frac{U}{I} = Z,$$

kde Z je tzv. impedance obvodu, tedy zdánlivý odpor sériově řazených prvků. Jednotkou impedance je ohm (Ω).

Nakreslíme-li ve vhodném měřítku impedanční trojúhelník, zjistíme, že se jedná o trojúhelník podobný (všechny úhly jsou stejné) k trojúhelníku zázorového diagramu. Opět tedy platí rovnice:

$$Z^2 = R^2 + X_L^2 \Longrightarrow Z = \sqrt{R^2 + X_L^2};$$

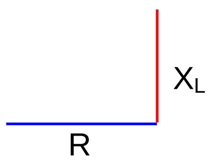
$$\cos\varphi = \frac{R}{Z};\ \sin\varphi = \frac{X_L}{Z};\ \mathrm{tg}\,\varphi = \frac{X_L}{R}.$$



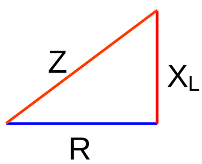
Konstrukce impedančního trojúhelníku:

- nejdříve narýsujeme ve vhodném měřítku úsečku odporu R

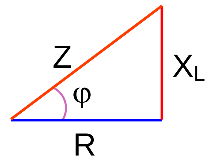
- dále narýsujeme úsečku indukční reaktance X_L otočenou o 90° (ve směru napětí U_L)



- poté spojíme počátek úsečky odporu a konec úsečky indukční reaktance a tím narýsujeme úsečku impedance Z



– nakonec znázorníme úhel φ mezi odporem a impedancí:



Vynásobíme-li fázory napětí řídícím fázorem proudu, dostaneme parametry tzv. výkonového trojúhelníku:
$U_R \cdot I = P$; $U_L \cdot I = Q$; $U \cdot I = S$,

kde P je činný výkon (jednotkou je Watt - W), Q jalový výkon (volt ampér reaktanční - var) a S výkon zdánlivý (volt ampér - VA).

Činný výkon P koná práci (v rezistoru přeměňuje elektrickou energii na tepelnou), jalový výkon Q přeměňuje energii zdroje v energii magnetické pole cívky a zdánlivý výkon S je součin napětí a proudu ze zdroje, přičemž na hodnotu zdánlivého výkonu se dimenzují elektrická zařízení (elektrické sítě, generátory, transformátory, atd.).

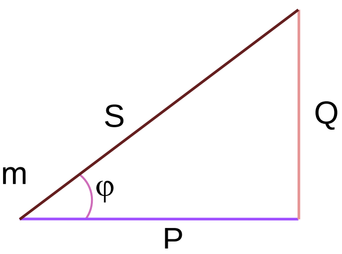
Dosadíme-li za U_R a U_L z goniometrických funkcí fázorového diagramu $U_R = U \cdot \cos\varphi$ a $U_L = U \cdot \sin\varphi$, dostaneme známé vztahy pro činný a jalový výkon ve tvaru:

$P = U \cdot I \cdot \cos\varphi$; $Q = U \cdot I \cdot \sin\varphi$.

Také ve výkonovém trojúhelníku platí Pythagorova věta a goniometrické funkce ve tvaru:

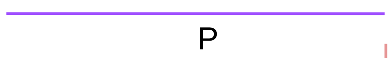
$S^2 = P^2 + Q^2 \Longrightarrow S = \sqrt{P^2 + Q^2}$; $\cos\varphi = \frac{P}{S}$; $\sin\varphi = \frac{Q}{S}$; $\mathrm{tg}\,\varphi = \frac{Q}{P}$.

Výkonový trojúhelník je opět trojúhelník podobný s trojúhelníkem fázorového diagramu (a tedy i trojúhelníkem impedančním).

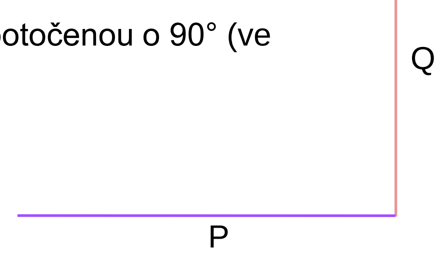


Pro doplnění uvádíme i konstrukci výkonového trojúhelníku:

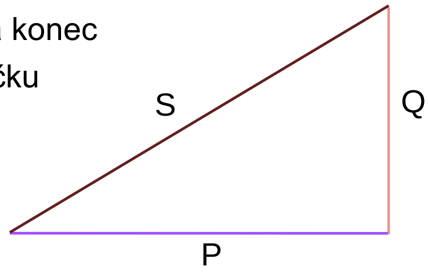
– nejprve narýsujeme úsečku činného výkonu P (ve vhodném měřítku)



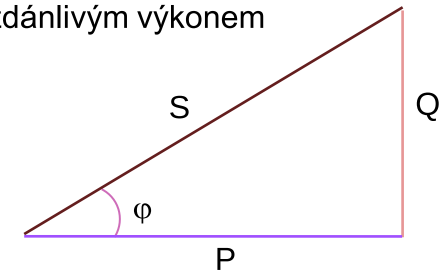
– dále narýsujeme úsečku jalového výkonu Q pootočenou o 90° (ve směru napětí U_L)



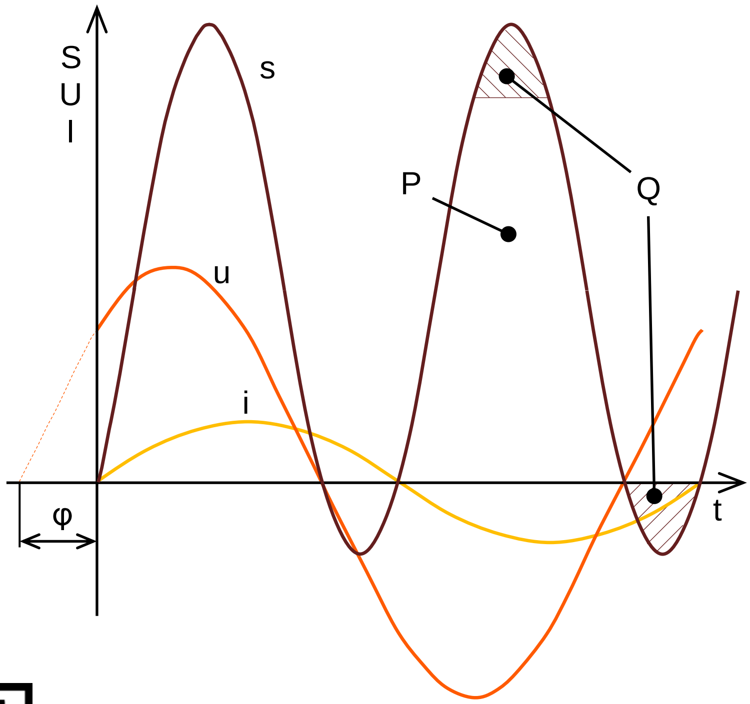
– poté spojíme počátek úsečky činného výkonu a konec úsečky jalového výkonu, čímž narýsujeme úsečku výkonu zdánlivého S



– nakonec znázorníme úhel φ mezi činným a zdánlivým výkonem



Průběh okamžité hodnoty zdánlivého výkonu je dán součinem okamžitých hodnot napětí a proudu. Šrafované oblasti jsou plošně stejné a představují výměnný jalový výkon, ostatní plocha představuje činný výkon.



SHRNUTÍ POJMŮ

Fázový posun proudu a napětí na sériově spojených rezistoru a cívce, fázorový diagram, impedance, impedanční trojúhelník, činný výkon, jalový výkon, zdánlivý výkon, výkonový trojúhelník.

OTÁZKY

Jaký je fázový posun proudu a napětí na sériovém spojení rezistoru a cívky?

Co je to impedance jak ji značíme a jak ji vypočteme?

Co je to fázorový diagram?

Co je to impedanční trojúhelník?

Co je to zdánlivý výkon, jak jej značíme a jak jej vypočteme?

Co je to výkonový trojúhelník a z čeho se skládá?

ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

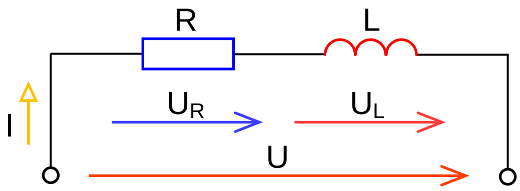
Příklad 1.5.1.1.

Zadání:

Vypočtěte impedanci sériového obvodu složeného z rezistoru s odporem R = 1 kΩ a cívky s indukčností L = 15 mH, připojeného na zdroj střídavého napětí U = 1 V, 15 kHz. Vypočtěte též elektrický proud a výkon odebíraný ze zdroje a fázový posun mezi proudem a napětím. Dále ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram, impedanční trojúhelník a trojúhelník výkonů.

Řešení:

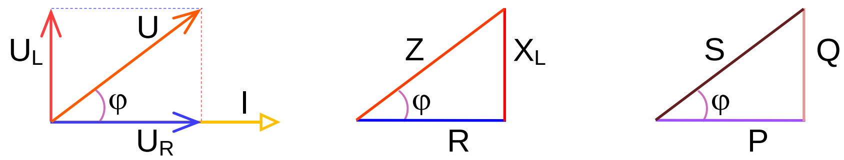
Schéma zapojení:



Vyjádření zadání:

R = 1 kΩ = 1 000 Ω	Z = ?
L = 15 mH = 0,015 H	I = ?
U = 1 V	P, Q, S = ?
f = 15 kHz = 15 000 Hz	φ = ?

Předpokládaný tvar fázorového diagramu, impedančního trojúhelníku a trojúhelníku výkonů:



Vlastní výpočet:

Nejprve vypočteme indukční reaktanci:

$$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \qquad X_L = 2 \cdot \pi \cdot 15\,000 \cdot 0{,}015 \qquad X_L = 1\,413{,}72\ \Omega$$

Pokračujeme výpočtem impedance:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} \qquad Z = \sqrt{1\,000^2 + 1\,413{,}72^2} \qquad Z = 1\,731{,}65\ \Omega$$

Dále vypočteme proud odebíraný ze zdroje:

$$I = \frac{U}{Z} \qquad I = \frac{1}{1\,731{,}65} \qquad I = 0{,}000\,577\,4\ \mathrm{A} = 577{,}4\ \mu\mathrm{A}$$

Pro narýsování fázorového diagramu si musíme vypočíst úbytky napětí na jednotlivých prvcích:

$$U_R = I \cdot R \qquad U_R = 0{,}000\,577\,4 \cdot 1\,000 \qquad U_R = 0{,}577\,4\ \mathrm{V}$$

$$U_L = I \cdot X_L \qquad U_L = 0{,}000\,577\,4 \cdot 1\,413{,}72 \qquad U_L = 0{,}816\,3\ \mathrm{V}$$

Vypočteme fázový posun mezi proudem a napětím (použijeme vztah pro některou goniometrickou funkci např. cos):

$$\cos\varphi = \frac{U_R}{U} \qquad \cos\varphi = \frac{0{,}577\ 4}{1} \qquad \cos\varphi = 0{,}577\ 4$$

$$\varphi = \arccos 0{,}577\ 4 \qquad \varphi = 54°43'55{,}63''$$

POZNÁMKA:

Funkce „arccos“ vrací velikost úhlu z hodnoty jeho kosinu - na kalkulačkách bývá označena často jako inverze ke kosinu tedy $\cos^{-1}$*. Obdobně to platí i pro funkce „arcsin“ (*$\sin^{-1}$*) - vrací velikost úhlu z hodnoty jeho sinu a „arctan“ (*$\tan^{-1}$*) - vrací velikost úhlu z hodnoty tangenty úhlu.*

Nyní můžeme přistoupit k vlastní konstrukci fázorového diagramu:

– zvolíme měřítko proudu $1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 0{,}15\ \mathrm{mA}$, přepočteme proudovou hodnotu na hodnotu délkovou a narýsujeme fázor proudu:

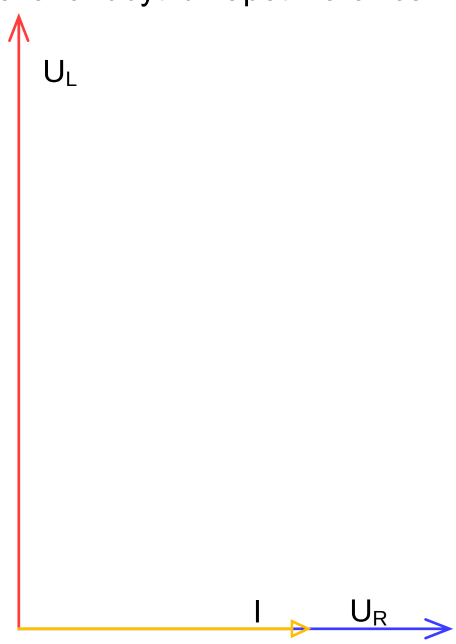
  $$I = 0{,}000\ 577\ 4\ \mathrm{A} = 577{,}4\ \mu\mathrm{A} = 0{,}577\ 4\ \mathrm{mA} \Rightarrow |I| = \frac{0{,}577\ 4}{0{,}15} = 3{,}85\ \mathrm{cm}$$

– zvolíme měřítko napětí $1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 0{,}1\ \mathrm{V}$, přepočteme napěťovou hodnotu na hodnotu délkovou a narýsujeme ve fázi s proudem fázor úbytku napětí na rezistoru U_R:

  $$U_R = 0{,}577\ 4\ \mathrm{V} \Rightarrow |U_R| = \frac{0{,}577\ 4}{0{,}1} = 5{,}77\ \mathrm{cm}$$

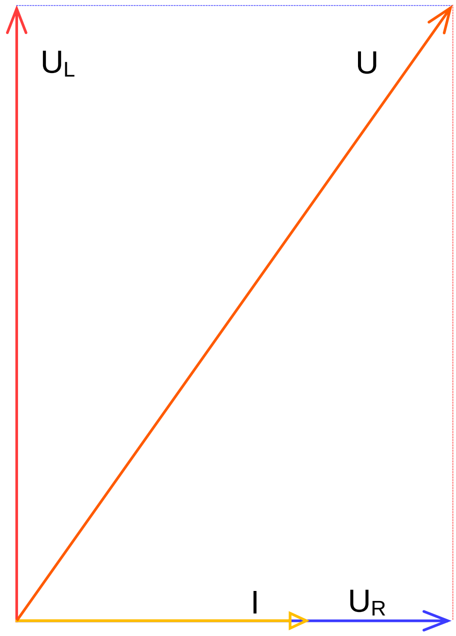
– přepočteme napěťovou hodnotu úbytku napětí na cívce U_L na hodnotu délkovou a o 90° před fázor proudu narýsujeme fázor úbytku napětí na cívce U_L:

  $$U_L = 0{,}816\ 3\ \mathrm{V} \Rightarrow |U_L| = \frac{0{,}816\ 3}{0{,}1} = 8{,}16\ \mathrm{cm}$$



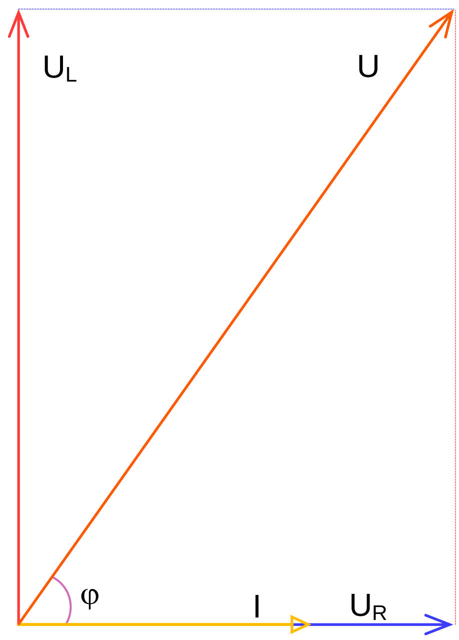
– vektorovým součtem úbytků napětí na rezistoru a na cívce (doplněním na rovnoběžník) dostáváme fázor napětí U:

$\left(\mathrm{U} = 1\ \mathrm{V} \Rightarrow |\mathrm{U}| = \frac{1}{0{,}1} = 10\ \mathrm{cm}\right)$



– Nakonec označíme úhel φ mezi proudem a napětím:

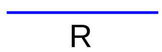
$(\varphi = 54°43'55{,}63'')$



Jelikož máme vypočteny hodnoty stran impedančního trojúhelníku, můžeme jej zkonstruovat:

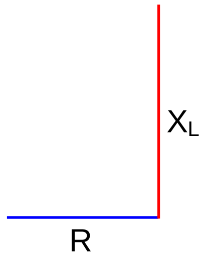
– zvolíme ohmické měřítko $1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 500\ \Omega$, přepočteme hodnotu odporu na hodnotu délkovou a narýsujeme úsečku odporu R:

$\mathrm{R} = 1\ 000\ \Omega \Rightarrow |\mathrm{R}| = \frac{1\ 000}{500} = 2\ \mathrm{cm}$



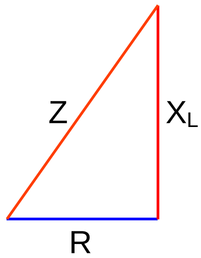
– přepočteme hodnotu indukční reaktance na hodnotu délkovou a narýsujeme úsečku indukční reaktance otočenou o 90°:

$$X_L = 1\,413{,}72\ \Omega \Rightarrow |X_L| = \frac{1\,413{,}72}{500} = 2{,}83\ \mathrm{cm}$$

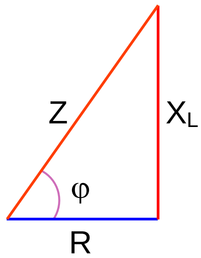


– spojíme počátek úsečky odporu a konec úsečky indukční reaktance, čímž narýsujeme úsečku impedance Z:

$$\left(Z = 1\,731{,}65\ \Omega \Rightarrow |Z| = \frac{1\,731{,}65}{500} = 3{,}46\ \mathrm{cm}\right)$$



– nakonec znázorníme úhel φ mezi odporem a impedancí:
$(\varphi = 54°43'55{,}63'')$



Vypočteme hodnoty výkonů:

– činný výkon P:

$P = U \cdot I \cdot \cos\varphi$ $\quad P = 1 \cdot 0{,}000\,577\,4 \cdot 0{,}577\,4$ $\quad P = 0{,}000\,333\ \mathrm{W} = 0{,}333\ \mathrm{mW}$

$P = U_R \cdot I$ $\quad P = 0{,}577\,4 \cdot 0{,}000\,577\,4$ $\quad P = 0{,}000\,333\ \mathrm{W} = 0{,}333\ \mathrm{mW}$

– jalový výkon Q:

$Q = U \cdot I \cdot \sin\varphi$ $\quad Q = 1 \cdot 0{,}000\,577\,4 \cdot 0{,}816\,3$ $\quad Q = 0{,}000\,47\ \mathrm{var} = 0{,}47\ \mathrm{mvar}$

$Q = U_L \cdot I$ $\quad Q = 0{,}816\,3 \cdot 0{,}000\,577\,4$ $\quad Q = 0{,}000\,47\ \mathrm{var} = 0{,}47\ \mathrm{mvar}$

– zdánlivý výkon S:

$S = U \cdot I$ $\quad S = 1 \cdot 0{,}000\,577\,4$ $\quad S = 0{,}000\,577\,4\ \mathrm{VA} = 0{,}577\,4\ \mathrm{mVA}$

Nakonec zkonstruujeme výkonový trojúhelník:

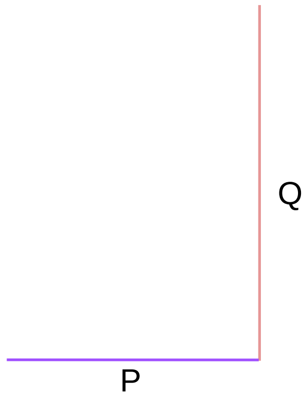
– zvolíme výkonové měřítko $1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 0{,}1\ \mathrm{mVA}$

– přepočteme hodnotu činného výkonu na hodnotu délkovou a narýsujeme úsečku činného výkonu P:

$$P = 0{,}333\ \mathrm{mW} \Rightarrow |P| = \frac{0{,}333}{0{,}1} = 3{,}33\ \mathrm{cm}$$

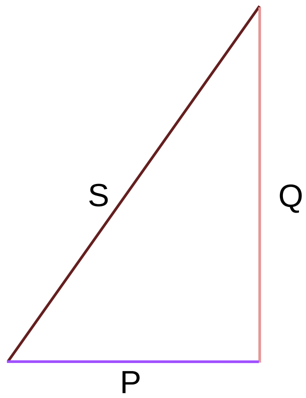
– přepočteme hodnotu jalového výkonu na hodnotu délkovou a narýsujeme úsečku jalového výkonu Q:

$$Q = 0{,}47\ \mathrm{mvar} \Rightarrow |Q| = \frac{0{,}47}{0{,}1} = 4{,}7\ \mathrm{cm}$$

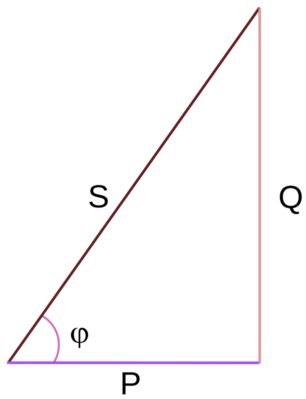


– spojíme počátek úsečky činného výkonu a konec úsečky jalového výkonu, čímž narýsujeme úsečku zdánlivého výkonu S:

$$\left(S = 0{,}577\,4\ \mathrm{mVA} \Rightarrow |S| = \frac{0{,}577\,4}{0{,}1} = 5{,}77\ \mathrm{cm}\right)$$



– nakonec znázorníme úhel φ mezi činným a zdánlivým výkonem:
$(\varphi = 54°43'55{,}63'')$



POZNÁMKA:

Tento příklad si můžete prakticky ověřit na měřícím modulu číslo 1.

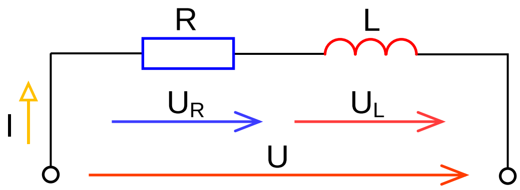
Příklad 1.5.1.2.

Zadání:

Jaké maximální napětí při síťovém kmitočtu (50 Hz) může být připojeno k elektrickému zařízení se sériovým R, L náhradním obvodem, prochází-li proud přes 2A pojistku a nemá-li činný výkon přesáhnout 30 W při účiníku cos φ = 0,8. Vypočtěte parametry a ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram, impedanční trojúhelník a trojúhelník výkonů.

Řešení:

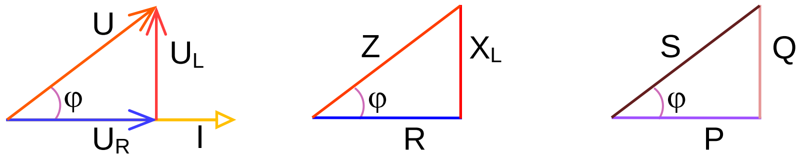
Schéma zapojení:



Vyjádření zadání:

I = 2 A	U = ?
P = 30 W	U_R, U_L = ?
cos φ = 0,8	R, X_L, L, Z = ?
f = 50 Hz	Q, S = ?

Předpokládaný tvar fázorového diagramu, impedančního trojúhelníku a trojúhelníku výkonů:



Vlastní výpočet:

Nejprve vypočteme napětí:

$$U = \frac{P}{I \cdot \cos\varphi} \qquad U = \frac{30}{2 \cdot 0{,}8} \qquad U = 18{,}75\ \mathrm{V}$$

Vypočteme fázový posun mezi proudem a napětím

$$\varphi = \arccos 0{,}8 \qquad \varphi = 36°52'11{,}63'' \qquad (\sin\varphi = 0{,}6)$$

Pro narýsování fázorového diagramu si musíme vypočíst úbytky napětí na jednotlivých prvcích:

$$U_R = U \cdot \cos\varphi \qquad U_R = 18{,}75 \cdot 0{,}8 \qquad U_R = 15\ \mathrm{V}$$

$$U_L = U \cdot \sin\varphi \qquad U_L = 18{,}75 \cdot 0{,}6 \qquad U_L = 11{,}25\ \mathrm{V}$$

Vypočteme parametry náhradního R, L obvodu:

$$R = \frac{U_R}{I} \qquad R = \frac{15}{2} \qquad R = 7{,}5\ \Omega$$

$$X_L = \frac{U_L}{I} \qquad X_L = \frac{11{,}25}{2} \qquad X_L = 5{,}625\ \Omega$$

$$L = \frac{X_L}{2 \cdot \pi \cdot f} \qquad L = \frac{5{,}625}{2 \cdot \pi \cdot 50} \qquad L = 0{,}017\,9\ \mathrm{H} = 17{,}9\ \mathrm{mH}$$

Pokračujeme výpočtem impedance:

$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$ $\qquad Z = \sqrt{7{,}5^2 + 5{,}625^2}$ $\qquad Z = 9{,}375\ \Omega$

Nakonec vypočteme hodnoty výkonů:

– jalový výkon Q:

$Q = U \cdot I \cdot \sin\varphi$ $\qquad Q = 18{,}75 \cdot 2 \cdot 0{,}6$ $\qquad Q = 22{,}5\ \mathrm{var}$

$Q = U_L \cdot I$ $\qquad Q = 11{,}25 \cdot 2$ $\qquad Q = 22{,}5\ \mathrm{var}$

– zdánlivý výkon S:

$S = U \cdot I$ $\qquad S = 18{,}75 \cdot 2$ $\qquad S = 37{,}5\ \mathrm{VA}$

$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$ $\qquad S = \sqrt{30^2 + 22{,}5^2}$ $\qquad S = 37{,}5\ \mathrm{VA}$

Nyní můžeme přistoupit k vlastní konstrukci fázorového diagramu:

- zvolíme měřítko proudu $1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 0{,}5\ \mathrm{A}$, přepočteme proudovou hodnotu na hodnotu délkovou a narýsujeme fázor proudu:

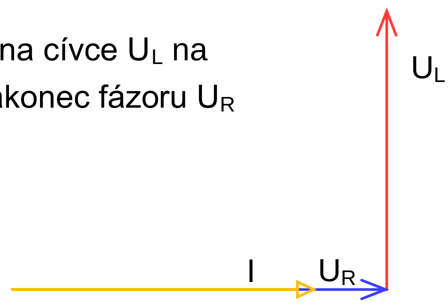
  $I = 2\ \mathrm{A} \Rightarrow |I| = \dfrac{2}{0{,}5} = 4\ \mathrm{cm}$

- zvolíme měřítko napětí $1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 3\ \mathrm{V}$, přepočteme napěťovou hodnotu na hodnotu délkovou a narýsujeme ve fázi s proudem fázor úbytku napětí na rezistoru U_R:

  $U_R = 15\ \mathrm{V} \Rightarrow |U_R| = \dfrac{15}{3} = 5\ \mathrm{cm}$

- přepočteme napěťovou hodnotu úbytku napětí na cívce U_L na hodnotu délkovou a o 90° před fázor proudu nakonec fázoru U_R narýsujeme fázor úbytku napětí na cívce U_L:

  $U_L = 11{,}25\ \mathrm{V} \Rightarrow |U_L| = \dfrac{11{,}25}{3} = 3{,}75\ \mathrm{cm}$

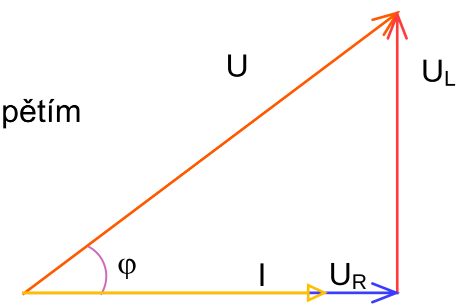


- Spojením počátku fázoru U_R s koncem fázoru U_L dostáváme fázor napětí U:

  $\left(U = 18{,}75\ \mathrm{V} \Rightarrow |U| = \dfrac{18{,}75}{3} = 6{,}25\ \mathrm{cm}\right)$

- Nakonec označíme úhel φ mezi proudem a napětím

  $(\varphi = 36°52'11{,}63'')$



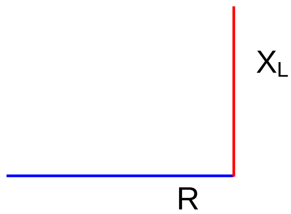
Jelikož máme vypočteny hodnoty stran impedančního trojúhelníku, můžeme jej zkonstruovat:

- zvolíme ohmické měřítko $1\ \mathrm{cm} \triangleq 2{,}5\ \Omega$, přepočteme hodnotu odporu na hodnotu délkovou a narýsujeme úsečku odporu R:

$$R = 7{,}5\ \Omega \Rightarrow |R| = \frac{7{,}5}{2{,}5} = 3\ \mathrm{cm}$$

- přepočteme hodnotu indukční reaktance na hodnotu délkovou a narýsujeme úsečku indukční reaktance otočenou o 90°:

$$X_L = 5{,}625\ \Omega \Rightarrow |X_L| = \frac{5{,}625}{2{,}5} = 2{,}25\ \mathrm{cm}$$

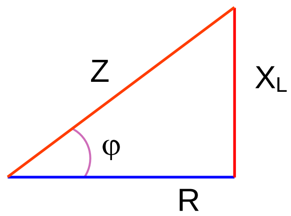


- spojíme počátek úsečky odporu a konec úsečky indukční reaktance, čímž narýsujeme úsečku impedance Z:

$$\left(Z = 9{,}375\ \Omega \Rightarrow |Z| = \frac{9{,}375}{2{,}5} = 3{,}75\ \mathrm{cm}\right)$$

- nakonec znázorníme úhel φ mezi odporem a impedancí:

$(\varphi = 36°52'11{,}63'')$



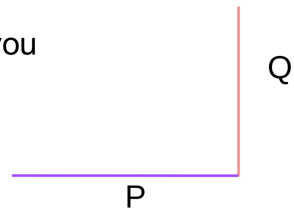
Naposled zkonstruujeme výkonový trojúhelník:

- zvolíme výkonové měřítko $1\ \mathrm{cm} \triangleq 10\ \mathrm{VA}$
- přepočteme hodnotu činného výkonu na hodnotu délkovou a narýsujeme úsečku činného výkonu P:

$$P = 30\ \mathrm{W} \Rightarrow |P| = \frac{30}{10} = 3\ \mathrm{cm}$$

- přepočteme hodnotu jalového výkonu na hodnotu délkovou a narýsujeme úsečku jalového výkonu Q:

$$Q = 22{,}5\ \mathrm{var} \Rightarrow |Q| = \frac{22{,}5}{10} = 2{,}25\ \mathrm{cm}$$

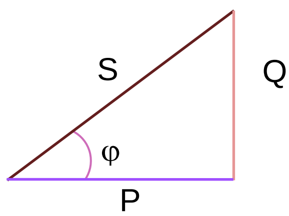


- spojíme počátek úsečky činného výkonu a konec úsečky jalového výkonu, čímž narýsujeme úsečku zdánlivého výkonu S:

$$\left(S = 37{,}5\ \mathrm{VA} \Rightarrow |S| = \frac{37{,}5}{10} = 3{,}75\ \mathrm{cm}\right)$$

- nakonec znázorníme úhel φ mezi činným a zdánlivým výkonem:

$(\varphi = 36°52'11{,}63'')$



PRAKTICKÉ ÚLOHY

Úloha 1. 5. 1. 1.

Vypočtěte impedanci sériového obvodu složeného z rezistoru s odporem R = 10 kΩ a cívky s indukčností L = 10 mH, připojeného na zdroj střídavého napětí U = 12 V, 10 kHz. Vypočtěte též elektrický proud a výkon odebíraný ze zdroje a fázový posun mezi proudem a napětím. Dále ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram, impedanční trojúhelník a trojúhelník výkonů.

Úloha 1. 5. 1. 2.

Vypočtěte impedanci sériového obvodu složeného z rezistoru s odporem R = 100 Ω a cívky s indukčností L = 25 mH, připojeného na zdroj střídavého napětí U = 5 V, 500 Hz. Vypočtěte též elektrický proud a výkon odebíraný ze zdroje a fázový posun mezi proudem a napětím.

Úloha 1. 5. 1. 3.

Vypočtěte impedanci sériového obvodu složeného z rezistoru s odporem R = 2,7 kΩ a cívky s indukčností L = 15 mH, připojeného na zdroj střídavého napětí U = 9 V, 20 kHz. Vypočtěte též elektrický proud a výkon odebíraný ze zdroje a fázový posun mezi proudem a napětím.

1.5.2. Sériové řazení R a C

ČAS KE STUDIU

60 minut + 30 minut řešený příklad.

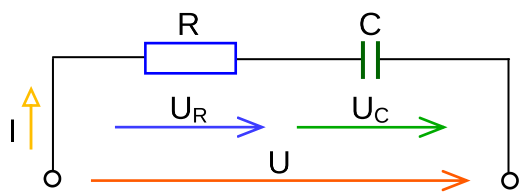
CÍL

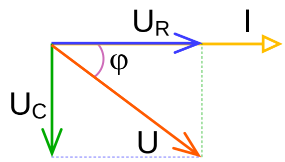
Pochopit poměry veličin střídavého proudu v sériově řazeném obvodu s ideálním rezistorem a ideálním kondenzátorem.

POJMY K ZAPAMATOVÁNÍ

Fázový posun proudu a napětí na sériovém spojení ideálního rezistoru s ideálním kondenzátorem = fázor proudu předbíhá fázor napětí o úhel φ.

VÝKLAD



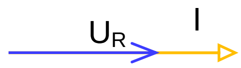


Sériové řazení ideálního rezistoru s odporem R a ideálního kondenzátoru s kapacitou C je na obrázku. Obvodem po připojení ke zdroji střídavého sinusového napětí U začne procházet střídavý sinusový proud I. Tento proud vytvoří na rezistoru úbytek napětí U_R, který je s proudem ve fázi a na kondenzátoru vytvoří úbytek U_C, který se zpožďuje za proudem o 90°. Vektorový součet těchto úbytků je roven napětí zdroje. Napětí zdroje se zpožďuje za proudem o úhel φ.

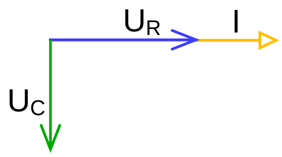
Konstrukce fázorového diagramu opět vychází z řídícího fázoru (u sériového řazení je to fázor proudu):

- ve vhodném měřítku narýsujeme fázor proudu

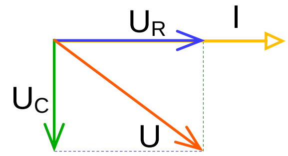
- ve fázi s tímto proudem v napěťovém měřítku narýsujeme úbytek napětí na rezistoru U_R



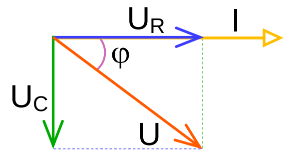
- o 90° za fázor proudu narýsujeme fázor úbytku napětí na kondenzátoru U_C (opět v napěťovém měřítku)



– vektorovým součtem úbytků na rezistoru a na kondenzátoru (doplněním na rovnoběžník) dostáváme fázor napětí U



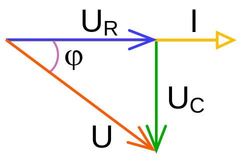
– označíme úhel φ mezi proudem a napětím



POZNÁMKA:

Postup konstrukce fázorového diagramu naleznete ve výukové prezentaci číslo 3.

Obdobně bychom mohli postupovat pomocí přesouvání jednoho fázoru na konec fázoru druhého:

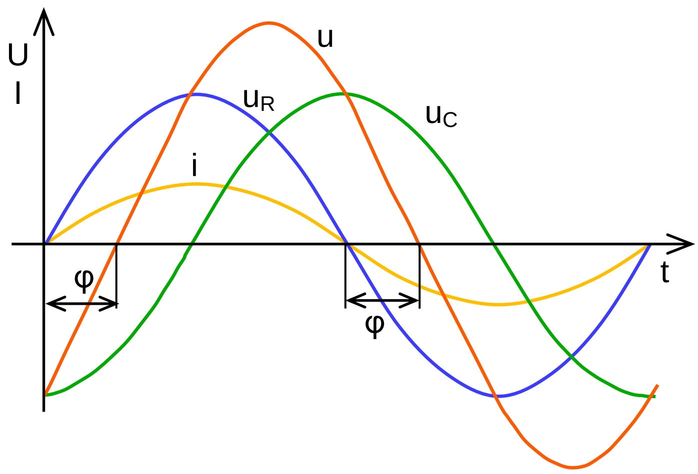


Z fázorového diagramu je patrné, že trojúhelník napětí U_R, U_C a U je opět pravoúhlý a platí pro něj Pythagorova věta a goniometrické funkce. Můžeme tedy napsat rovnice:

$$U^2 = U_R^2 + U_C^2 \Longrightarrow U = \sqrt{U_R^2 + U_C^2};$$

$$\cos\varphi = \frac{U_R}{U};\ \sin\varphi = \frac{U_C}{U};\ \mathrm{tg}\,\varphi = \frac{U_C}{U_R}.$$

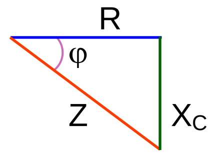
Průběh okamžitých hodnot proudu a jednotlivých napětí je na obrázku. Napětí se zpožďuje za proudem o úhel φ. Okamžitá hodnota napětí je dána součtem okamžitých hodnot napětí na rezistoru a na kondenzátoru $u = u_R + u_C$.



Vydělíme-li fázory napětí řídícím fázorem proudu, dostaneme opět parametry impedančního trojúhelníku:

$$\frac{U_R}{I} = R;\ \frac{U_C}{I} = X_C;\ \frac{U}{I} = Z.$$

Po narýsování impedančního trojúhelníku (ve vhodném měřítku), zjistíme, že se jedná opět trojúhelník pravoúhlý a pak platí rovnice:



$$Z^2 = R^2 + X_C^2 \Rightarrow Z = \sqrt{R^2 + X_C^2};$$

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z};\ \sin\varphi = \frac{X_C}{Z};\ \mathrm{tg}\,\varphi = \frac{X_C}{R}.$$

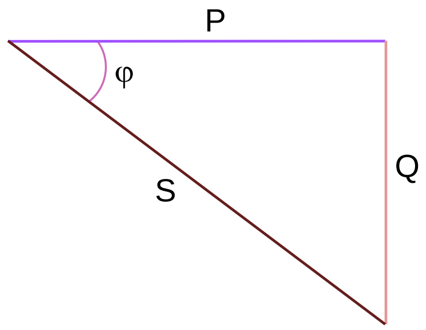
Vynásobíme-li fázory napětí řídícím fázorem proudu, dostaneme parametry výkonového trojúhelníku:
$U_R \cdot I = P$; $U_C \cdot I = Q$; $U \cdot I = S$

Dosadíme-li opět za U_R a U_C z goniometrických funkcí fázorového diagramu $U_R = U \cdot \cos\varphi$ a $U_C = U \cdot \sin\varphi$, dostaneme známé vztahy pro činný a jalový výkon ve tvaru: $P = U \cdot I \cdot \cos\varphi$; $Q = U \cdot I \cdot \sin\varphi$.

Také ve výkonovém trojúhelníku platí goniometrické funkce a Pythagorova věta ve tvaru:

$$S^2 = P^2 + Q^2 \Rightarrow S = \sqrt{P^2 + Q^2};$$
$$\cos\varphi = \frac{P}{S};\ \sin\varphi = \frac{Q}{S};\ \mathrm{tg}\,\varphi = \frac{Q}{P}.$$

Výkonový trojúhelník je jak již víme trojúhelník podobný s trojúhelníkem fázorového diagramu (a tedy i trojúhelníkem impedančním).



OTÁZKY

Jaký je fázový posun proudu a napětí na sériově řazených rezistoru a kondenzátoru?

Který fázor je v sériovém obvodu řídící?

ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

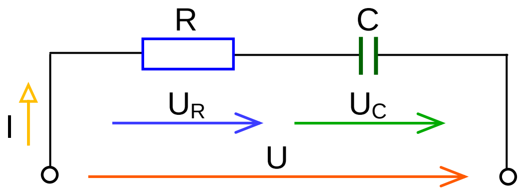
Příklad 1.5.2.1.

Zadání:

Vypočtěte impedanci sériového obvodu složeného z rezistoru s odporem R = 1,2 kΩ a kondenzátoru s kapacitou C = 100 nF, připojeného na zdroj střídavého napětí U = 1 V, 1 kHz. Vypočtěte též elektrický proud a fázový posun mezi proudem a napětím. Dále vypočtěte úbytky napětí na rezistoru a na kondenzátoru a ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram. Nakonec vypočtěte parametry impedančního a výkonového trojúhelníku a tyto ve vhodném měřítku narýsujte.

Řešení:

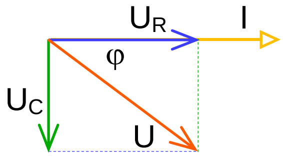
Schéma zapojení:

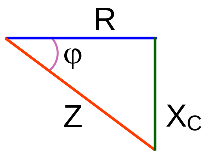


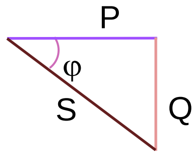
Vyjádření zadání:

$R = 1{,}2\ k\Omega = 1\ 200\ \Omega$	$Z = ?$ $I = ?$
$C = 100\ nF = 100 \cdot 10^{-9}\ F$	$\varphi = ?$ $X_C = ?$
$U = 1\ V$	U_R, $U_C = ?$
$f = 1\ kHz = 1\ 000\ Hz$	$P, Q, S = ?$

Předpokládaný tvar fázorového diagramu, impedančního trojúhelníku a trojúhelníku výkonů:







Vlastní výpočet:

Nejprve vypočteme kapacitní reaktanci:

$$Xc = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} \qquad Xc = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 1\ 000 \cdot 100 \cdot 10^{-9}} \qquad Xc = 1\ 591{,}55\ \Omega$$

Pokračujeme výpočtem impedance:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} \qquad Z = \sqrt{1\ 200^2 + 1\ 591{,}55^2} \qquad Z = 1\ 993{,}25\ \Omega$$

Dále z hodnoty impedance Z a ze zadaného svorkového napětí U vypočteme celkový proud I [A] odebíraný ze zdroje (užití Ohmova zákona):

$$I = \frac{U}{Z} \qquad I = \frac{1}{1\ 993{,}25} \qquad I = 0{,}000\ 5\ A = 0{,}5\ mA$$

Vypočteme fázový posun mezi proudem a napětím (použijeme vztah pro některou goniometrickou funkci pro impedanční trojúhelník např. cos):

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} \qquad \cos\varphi = \frac{1\ 200}{1\ 993{,}25} \qquad \cos\varphi = 0{,}602\ 031\ 857$$

$$\varphi = \arccos 0{,}602\ 031\ 857 \qquad \varphi = 52°\ 59' \qquad (\sin\varphi = 0{,}798\ 472\ 068)$$

Vypočteme úbytky napětí na jednotlivých prvcích (úbytek napětí na rezistoru U_R a na kondenzátoru U_C):

$$U_R = R \cdot I \qquad U_R = 1\ 200 \cdot 0{,}000\ 5 \qquad U_R = 0{,}6\ V$$

$$U_C = X_C \cdot I \qquad U_C = 1\ 591{,}55 \cdot 0{,}000\ 5 \qquad U_C = 0{,}796\ V$$

Nyní přistoupíme ke konstrukci fázorového diagramu:

– zvolíme měřítko proudu $1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 0{,}1\ \mathrm{mA}$, přepočteme proudovou hodnotu na hodnotu délkovou a narýsujeme fázor proudu:

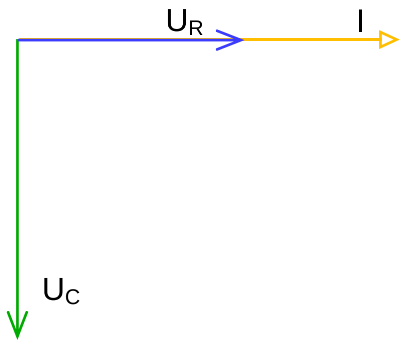
$$\mathrm{I} = 0{,}000\,5\ \mathrm{A} = 0{,}5\ \mathrm{mA} \Rightarrow |\mathrm{I}| = \frac{0{,}5}{0{,}1} = 5\ \mathrm{cm}$$

– zvolíme měřítko napětí $1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 0{,}2\ \mathrm{V}$, přepočteme napěťovou hodnotu na hodnotu délkovou a narýsujeme ve fázi s proudem fázor úbytku napětí na rezistoru U_R:

$$\mathrm{U_R} = 0{,}6\ \mathrm{V} \Rightarrow |\mathrm{U_R}| = \frac{0{,}6}{0{,}2} = 3\ \mathrm{cm}$$

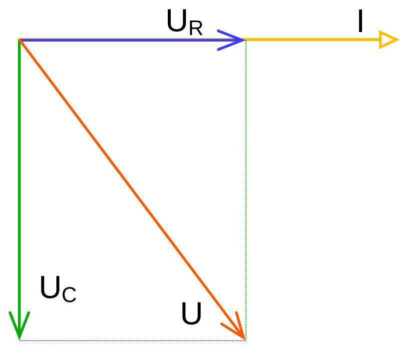
– přepočteme napěťovou hodnotu úbytku napětí na kondenzátoru U_C na hodnotu délkovou a o 90° za fázor proudu narýsujeme fázor úbytku napětí na kondenzátoru U_C:

$$\mathrm{U_C} = 0{,}796\mathrm{V} \Rightarrow |\mathrm{U_C}| = \frac{0{,}796}{0{,}2} = 3{,}98\ \mathrm{cm}$$

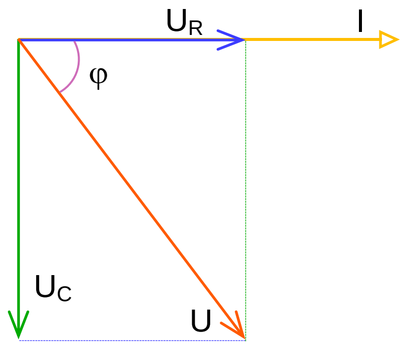


– vektorovým součtem úbytků napětí na rezistoru a na kondenzátoru dostáváme fázor napětí U:

$$\left(\mathrm{U} = 1\ \mathrm{V} \Rightarrow |\mathrm{U}| = \frac{1}{0{,}2} = 5\ \mathrm{cm}\right)$$



– Nakonec označíme úhel φ mezi proudem a napětím (φ = 52°59´)



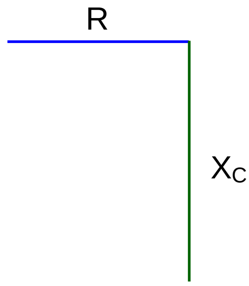
Jelikož máme vypočteny hodnoty stran impedančního trojúhelníku, můžeme jej zkonstruovat:

– zvolíme ohmické měřítko $1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 500\ \Omega$, přepočteme hodnotu odporu na hodnotu délkovou a narýsujeme úsečku odporu R:

$$\mathrm{R} = 1\,200\ \Omega \Rightarrow |\mathrm{R}| = \frac{1\,200}{500} = 2{,}4\ \mathrm{cm}$$

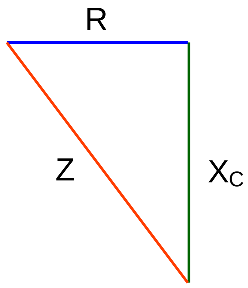
– přepočteme hodnotu kapacitní reaktance na hodnotu délkovou a narýsujeme úsečku kapacitní reaktance otočenou o 90°:

$$\mathrm{X_C} = 1\ \ 591{,}55\ \Omega \Rightarrow |\mathrm{X_C}| = \frac{1\,591{,}55}{500} = 3{,}18\ \mathrm{cm}$$

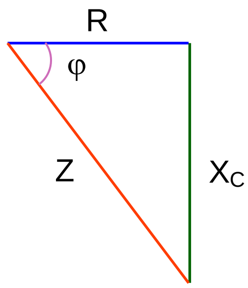


– spojíme počátek úsečky odporu a konec úsečky indukční reaktance, čímž narýsujeme úsečku impedance Z:

$$\left(\mathrm{Z} = 1\,993{,}206\ \Omega \Rightarrow |\mathrm{Z}| = \frac{1\,993{,}25}{500} = 3{,}99\ \mathrm{cm}\right)$$



– nakonec znázorníme úhel φ mezi odporem a impedancí: (φ = 52°59´)



Vypočteme hodnoty výkonů:

– činný výkon P:

$\mathrm{P} = \mathrm{U} \cdot \mathrm{I}\ \cdot \cos\varphi$ $\quad$ $\mathrm{P} = 1 \cdot 0{,}000\,5 \cdot \cos 52\,°59´$ $\quad$ $\mathrm{P} = 0{,}000\,3\ \mathrm{W} = 0{,}3\ \mathrm{mW}$

$\mathrm{P} = \mathrm{U_R} \cdot \mathrm{I}$ $\quad$ $\mathrm{P} = 0{,}6 \cdot 0{,}000\,5$ $\quad$ $\mathrm{P} = 0{,}000\,3\ \mathrm{W} = 0{,}3\ \mathrm{mW}$

– jalový výkon Q:

$\mathrm{Q} = \mathrm{U} \cdot \mathrm{I} \,.\, \sin\varphi$ $\quad$ $\mathrm{Q} = 1 \cdot\ 0{,}000\,5 \cdot\ \sin 52°59´$ $\quad$ $\mathrm{Q} = 0{,}000\,399\ \mathrm{var} = 0{,}399\ \mathrm{mvar}$

$\mathrm{Q} = \mathrm{U_C} \cdot \mathrm{I}$ $\quad$ $\mathrm{Q} = 0{,}796 \cdot 0{,}000\,5$ $\quad$ $\mathrm{Q} = 0{,}000\,398\ \mathrm{var} = 0{,}398\ \mathrm{mvar}$

– zdánlivý výkon S:

$S = U \cdot I \qquad S = 1 \cdot 0{,}000\,5 \qquad S = 0{,}000\,5\ \mathrm{VA} = 0{,}5\ \mathrm{mVA}$

Nakonec zkonstruujeme výkonový trojúhelník:

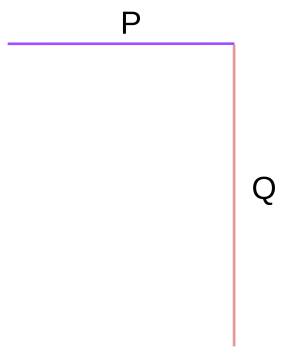
– zvolíme výkonové měřítko $1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 0{,}1\ \mathrm{mVA}$

– přepočteme hodnotu činného výkonu na hodnotu délkovou a narýsujeme úsečku činného výkonu P:

$$P = 0{,}3\ \mathrm{mW} \Rightarrow |P| = \frac{0{,}3}{0{,}1} = 3\ \mathrm{cm}$$

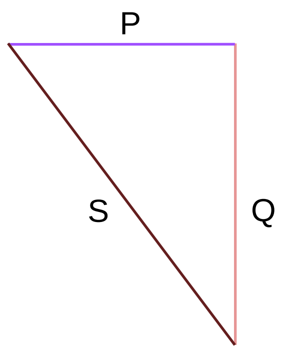
– přepočteme hodnotu jalového výkonu na hodnotu délkovou a narýsujeme úsečku jalového výkonu Q:

$$Q = 0{,}399\ \mathrm{mvar} \Rightarrow |Q| = \frac{0{,}399}{0{,}1} = 3{,}99\ \mathrm{cm}$$

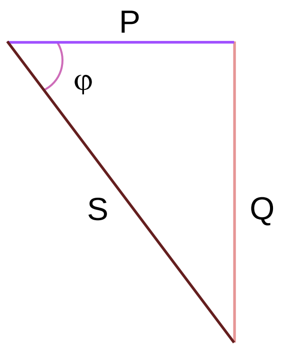


– spojíme počátek úsečky činného výkonu a konec úsečky jalového výkonu, čímž narýsujeme úsečku zdánlivého výkonu S:

$$\left(S = 0{,}5\ \mathrm{mVA} \Rightarrow |S| = \frac{0{,}5}{0{,}1} = 5\ \mathrm{cm}\right)$$



– nakonec znázorníme úhel φ mezi činným a zdánlivým výkonem: (φ = 52°59´)



POZNÁMKA:

Tento příklad si můžete prakticky ověřit na měřícím modulu číslo 2.

PRAKTICKÉ ÚLOHY

Úloha 1. 5. 2. 1.

Vypočtěte impedanci sériového obvodu složeného z rezistoru s odporem R = 1 kΩ a kondenzátoru s kapacitou C = 470 nF, připojeného na zdroj střídavého napětí U = 5 V, 5 kHz. Vypočtěte též elektrický proud a fázový posun mezi proudem a napětím. Dále vypočtěte úbytky napětí na rezistoru a na kondenzátoru a ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram. Nakonec vypočtěte parametry impedančního a výkonového trojúhelníku a tyto ve vhodném měřítku narýsujte.

Úloha 1. 5. 2. 2.

Vypočtěte impedanci sériového obvodu složeného z rezistoru s odporem R = 10 kΩ a kondenzátoru s kapacitou C = 330 nF, připojeného na zdroj střídavého napětí U = 12 V, 6,2 kHz. Vypočtěte též elektrický proud a fázový posun mezi proudem a napětím. Dále vypočtěte úbytky napětí na rezistoru a na kondenzátoru a ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram. Nakonec vypočtěte parametry impedančního a výkonového trojúhelníku a tyto ve vhodném měřítku narýsujte.

1.5.3. Sériové řazení L a C

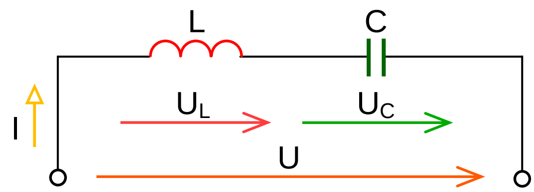
ČAS KE STUDIU

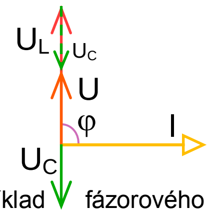
25 minut.

CÍL

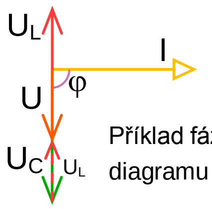
Pochopit poměry veličin střídavého proudu v sériově řazeném obvodu s ideální cívkou a ideálním kondenzátorem.

VÝKLAD





Příklad fázorového diagramu je-li $U_L > U_C$



Příklad fázorového diagramu je-li $U_C > U_L$

Sériové řazení ideální cívky s indukčností L a ideálního kondenzátoru s kapacitou C je na obrázku.

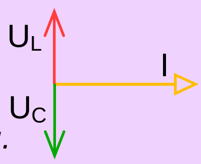
POZNÁMKA:

Ve skutečných obvodech je tato kombinace nemožná, protože nemůžeme zanedbat parazitní parametry prvků – především ohmický odpor vinutí cívky R_L.

Obvodem po připojení ke zdroji střídavého sinusového napětí U začne procházet střídavý sinusový proud I. Tento proud vytvoří na cívce úbytek napětí U_L, který předbíhá proud o 90° a na kondenzátoru vytvoří úbytek U_C, který se zpožďuje za proudem o 90°. Vektorový součet těchto úbytků je roven napětí zdroje. Napětí zdroje buď předbíhá proud, nebo se za proudem zpožďuje o úhel φ = 90° a to podle velikosti úbytků napětí na cívce a na kondenzátoru. Je-li velikost úbytku napětí na cívce větší než na kondenzátoru ($U_L > U_C$), bude napětí zdroje proud předbíhat a naopak bude-li větší úbytek napětí na kondenzátoru než na cívce ($U_C > U_L$), bude se napětí za proudem zpožďovat.

POZNÁMKA:

Budou-li velikosti úbytků napětí na cívce a na kondenzátoru stejné, říkáme, že je obvod v rezonanci – rezonance není součástí tohoto textu.

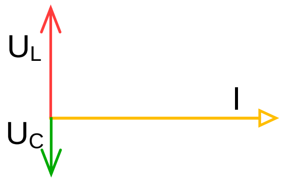


Konstrukce fázorového diagramu opět vychází z řídícího fázoru, tedy proudu:

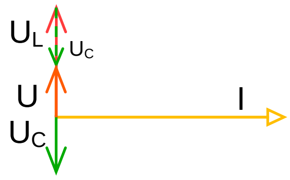
– proud narýsujeme ve vhodném měřítku

– o 90° před fázor proudu narýsujeme fázor úbytku napětí na cívce U_L (ve vhodném napěťovém měřítku)

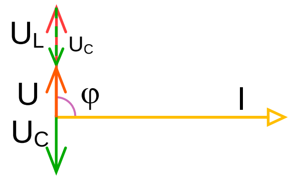
– o 90° za fázor proudu narýsujeme fázor úbytku napětí na kondenzátoru U_C (například pro $U_L > U_C$)



– vektorovým součtem úbytků na cívce a na kondenzátoru (odečtením úbytku na kondenzátoru od úbytku na cívce) dostáváme fázor napětí U

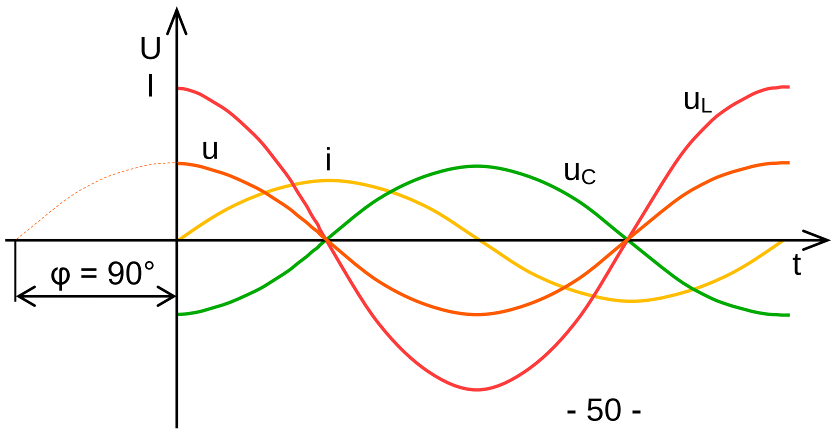


– označíme úhel φ = 90° mezi proudem a napětím



Z fázorového diagramu je patrné, že napětí na cívce a na kondenzátoru jsou v protifázi a napětí je dáno jejich rozdílem $U = U_L - U_C$.

Průběh okamžitých hodnot proudu a jednotlivých napětí je na obrázku (pro $U_L > U_C$ napětí předbíhá proud o úhel φ = 90°). Okamžitá hodnota napětí je dána součtem (rozdílem) okamžitých hodnot napětí na cívce a na kondenzátoru.



Vydělíme-li fázory napětí řídícím fázorem proudu, dostaneme indukční a kapacitní reaktanci:

$\frac{\mathrm{U_L}}{\mathrm{I}} = \mathrm{X_L}$; $\frac{\mathrm{U_C}}{\mathrm{I}} = \mathrm{X_C}$; $\frac{\mathrm{U}}{\mathrm{I}} = \mathrm{Z} \Rightarrow \mathrm{Z} = \mathrm{X_L} - \mathrm{X_C}$.

Vynásobíme-li rozdíl fázorů napětí na cívce a na kondenzátoru řídícím fázorem proudu, dostaneme jalový výkon, který se „přelévá“ mezi zdrojem, magnetickým polem cívky a elektrickým polem kondenzátoru:

$(U_L – U_C) \cdot I = Q$.

SHRNUTÍ POJMŮ

Fázový posun proudu a napětí na sériovém L, C obvodu, fázorový diagram.

OTÁZKY

Jaký je fázový posun proudu a napětí na sériovém L, C obvodu?

1.5.4. Sériové řazení R a L a C

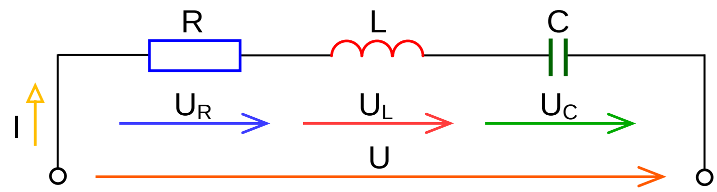
ČAS KE STUDIU

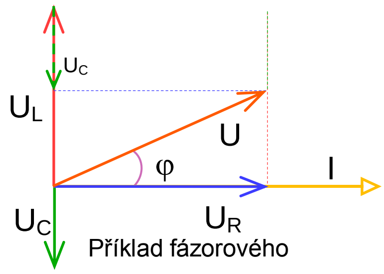
60 minut + 45 minut řešený příklad.

CÍL

Pochopit poměry veličin střídavého proudu v sériově řazeném obvodu s ideálním rezistorem, ideální cívkou a ideálním kondenzátorem.

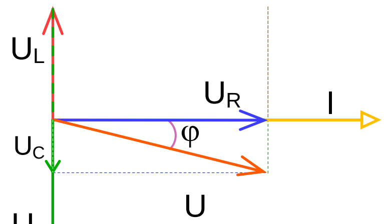
VÝKLAD





Příklad fázorového diagramu je-li $U_L > U_C$

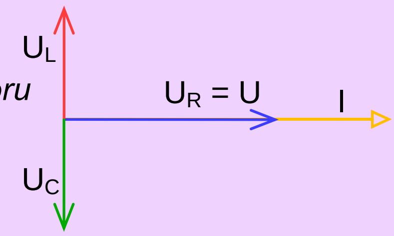
Sériové řazení ideálního rezistoru s odporem R, ideální cívky s indukčností L a ideálního kondenzátoru s kapacitou C je na obrázku. Obvodem po připojení ke zdroji střídavého sinusového napětí U začne procházet střídavý sinusový proud I. Tento proud vytvoří na rezistoru úbytek napětí U_R, který je s proudem ve fázi, na cívce vytvoří úbytek U_L, který předbíhá proud o 90° a na kondenzátoru vytvoří úbytek U_C, který se zpožďuje za proudem o 90°. Vektorový součet těchto úbytků je roven napětí zdroje. Napětí zdroje buď předbíhá proud, nebo se za proudem zpožďuje o úhel φ a to podle velikosti úbytků napětí na cívce a na kondenzátoru. Je-li velikost úbytku napětí na cívce větší než na kondenzátoru ($U_L > U_C$), bude napětí zdroje proud předbíhat a naopak bude-li větší úbytek napětí na kondenzátoru než na cívce ($U_C > U_L$), bude se napětí za proudem zpožďovat.



Příklad fázorového diagramu je-li $U_C > U_L$

POZNÁMKA:

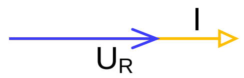
Budou-li velikosti úbytků napětí na cívce a na kondenzátoru stejné, říkáme, že je obvod v rezonanci a napětí zdroje je ve fázi s proudem a je rovno úbytku napětí na rezistoru – rezonance není součástí tohoto textu.



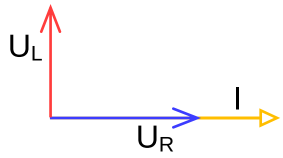
Konstrukce fázorového diagramu opět vychází z řídícího fázoru (u sériového řazení je to fázor proudu):

– ve vhodném měřítku narýsujeme fázor proudu

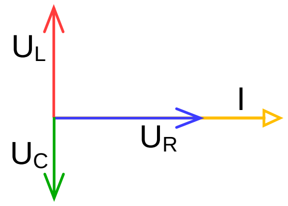
– ve fázi s tímto proudem v napěťovém měřítku narýsujeme úbytek napětí na rezistoru U_R



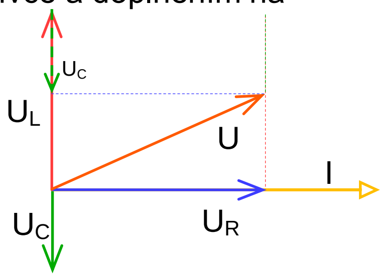
– o 90° před fázor proudu narýsujeme fázor úbytku napětí na cívce U_L (opět v napěťovém měřítku)



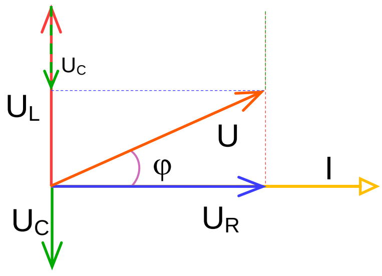
– o 90° za fázor proudu narýsujeme fázor úbytku napětí na kondenzátoru U_C (například pro $U_L > U_C$)



– vektorovým součtem úbytků na rezistoru, na cívce a na kondenzátoru (odečtením úbytku na kondenzátoru od úbytku na cívce a doplněním na rovnoběžník) dostáváme fázor napětí U



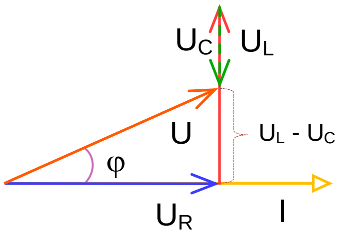
– označíme úhel φ mezi proudem a napětím



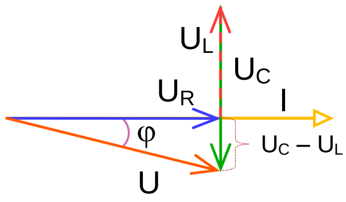
POZNÁMKA:

Postup konstrukce fázorového diagramu naleznete ve výukové prezentaci číslo 4.

Obdobně bychom opět mohli postupovat pomocí přesouvání jednoho fázoru na konec fázoru druhého:



Příklad fázorového diagramu je-li $U_L > U_C$



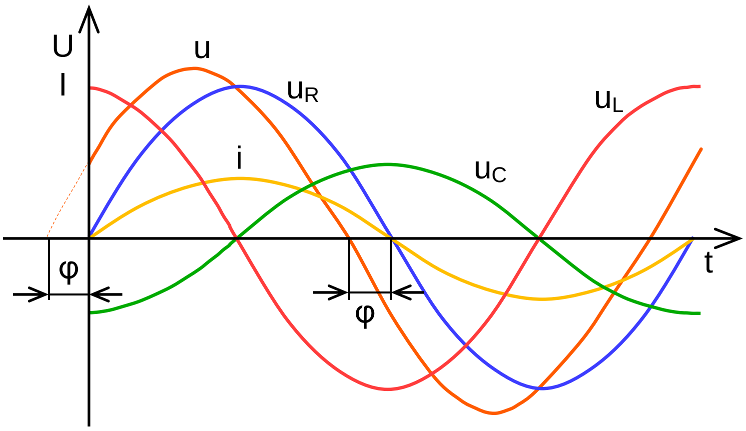
Příklad fázorového diagramu je-li $U_C > U_L$

Z fázorového diagramu je patrné, že trojúhelník napětí U_R, $(U_L – U_C)$ a U je pravoúhlý a platí pro něj Pythagorova věta a goniometrické funkce. Můžeme tedy napsat rovnice:

$$U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2 \Longrightarrow U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2};$$

$$\cos\varphi = \frac{U_R}{U}; \sin\varphi = \frac{U_L - U_C}{U}; \operatorname{tg}\varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R}.$$

Průběh okamžitých hodnot proudu a jednotlivých napětí je na obrázku (varianta pro $U_L > U_C$). Napětí předbíhá proud o úhel φ. Okamžitá hodnota napětí je dána součtem okamžitých hodnot napětí na rezistoru, na cívce a na kondenzátoru $u = u_R + u_L + u_C$.



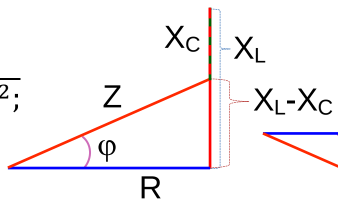
Vydělíme-li fázory napětí řídícím fázorem proudu, dostaneme opět parametry impedančního trojúhelníku:

$$\frac{U_R}{I} = R; \frac{U_L}{I} = X_L; \frac{U_C}{I} = X_C; \frac{U}{I} = Z.$$

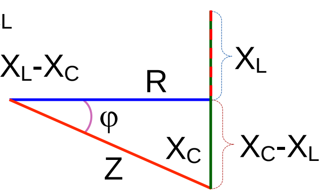
Po nakreslení impedančního trojúhelníku (ve vhodném měřítku), znovu vidíme, že se jedná o pravoúhlý trojúhelník podobný trojúhelníku napětí. Musí tedy opět platit rovnice:

$$Z^2 = R^2 + (X_L - X_C)^2 \Longrightarrow Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2};$$

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z}; \sin\varphi = \frac{X_L - X_C}{Z}; \operatorname{tg}\varphi = \frac{X_L - X_C}{R}.$$



Impedanční trojúhelník je-li $U_L > U_C$



Impedanční trojúhelník je-li $U_C > U_L$

Vynásobíme-li fázory napětí řídícím fázorem proudu, dostaneme parametry výkonového trojúhelníku:
$U_R \cdot I = P$; $(U_L - U_C) \cdot I = Q$; $U \cdot I = S$.

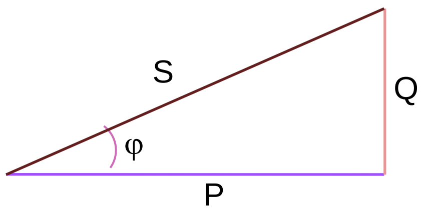
Dosadíme-li za U_R a $(U_L - U_C)$ z goniometrických funkcí fázorového diagramu $U_R = U \cdot \cos\varphi$ a $(U_L - U_C) = U \cdot \sin\varphi$, opět dostaneme známé vztahy pro činný a jalový výkon ve tvaru: $P = U \cdot I \cdot \cos\varphi$; $Q = U \cdot I \cdot \sin\varphi$.

Také ve výkonovém trojúhelníku platí Pythagorova věta a goniometrické funkce ve tvaru:

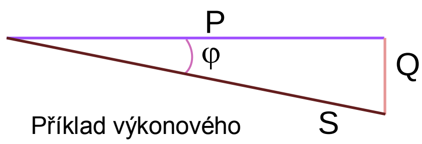
$$S^2 = P^2 + Q^2 \Rightarrow S = \sqrt{P^2 + Q^2};$$

$$\cos\varphi = \frac{P}{S};\ \sin\varphi = \frac{Q}{S};\ \mathrm{tg}\,\varphi = \frac{Q}{P}.$$

Výkonový trojúhelník je jak již víme trojúhelník podobný s trojúhelníkem fázorového diagramu (a tedy i trojúhelníkem impedančním).



Příklad výkonového trojúhelníku je-li $U_L > U_C$



Příklad výkonového trojúhelníku je-li $U_C > U_L$

Σ SHRNUTÍ POJMŮ

Fázový posun proudu a napětí na sériovém R, L, C obvodu, fázorový diagram, impedanční trojúhelník, výkonový trojúhelník.

? OTÁZKY

Jaký je fázový posun proudu a napětí na sériovém R, L, C obvodu?

ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

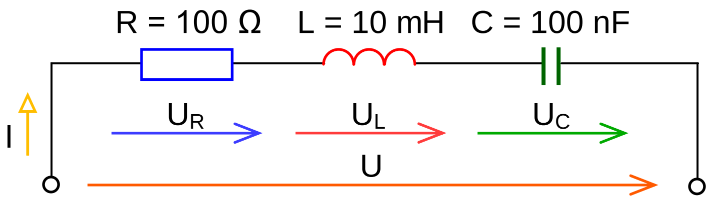
Příklad 1.5.4.1.

Zadání:

Vypočtěte proud tekoucí ze zdroje střídavého napětí U = 1 V, 10 kHz do sériového obvodu složeného z rezistoru s odporem R = 100 Ω, cívky s indukčností L = 10 mH a kondenzátoru s kapacitou C = 100 nF. Vypočtěte též složky výkonu odebíraného ze zdroje, parametry impedančního trojúhelníku a fázový posun mezi proudem a napětím. Ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram, impedanční trojúhelník a trojúhelník výkonů.

Řešení:

Schéma zapojení:

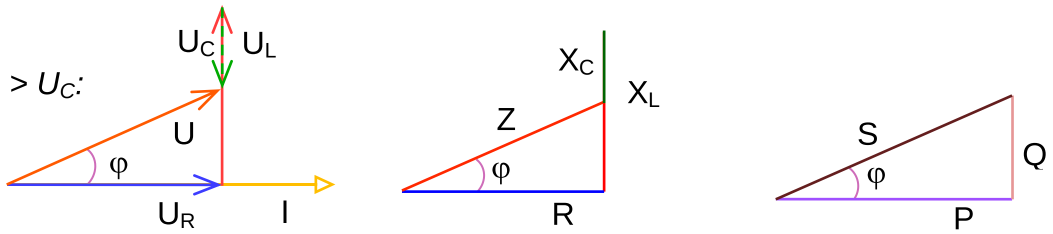


Vyjádření zadání:

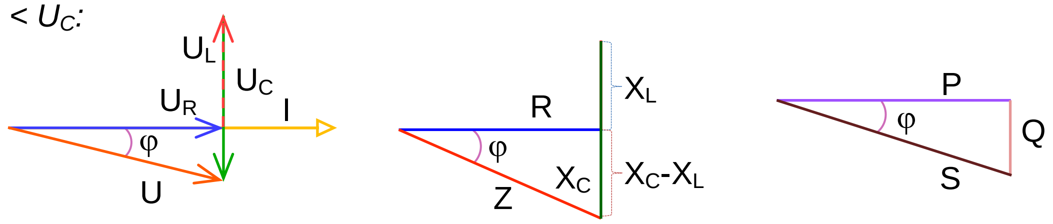
$R = 100\ \Omega$ $L = 10\ mH = 0{,}01\ H$ $C = 100\ nF = 100\cdot 10^{-9}$ $U = 1\ V$ $f = 10\ kHz = 10\,000\ Hz$	$Z = ?$ $I = ?$ $X_C,\ X_L = ?$ $P,\ Q,\ S = ?$ $\varphi = ?$

Předpokládaný tvar fázorového diagramu, impedančního trojúhelníku a trojúhelníku výkonů:

Bude-li $U_L > U_C$:



Bude-li $U_L < U_C$:



Vlastní výpočet:

Nejprve vypočteme indukční reaktanci X_L [Ω] a kapacitní reaktanci X_C [Ω].

$X_L = 2\cdot\pi\cdot f\cdot L \qquad X_L = 2\cdot\pi\cdot 10\,000\cdot 0{,}01 \qquad X_L = 628{,}32\ \Omega$

$X_C = \dfrac{1}{2\cdot\pi\cdot f\cdot C} \qquad X_C = \dfrac{1}{2\cdot\pi\cdot 10\,000\cdot 100\cdot 10^{-9}} \qquad X_C = 159{,}15\ \Omega$

Nyní můžeme vypočíst impedanci Z [Ω].

$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \qquad Z = \sqrt{100^2 + (628{,}32 - 159{,}15)^2} \qquad Z = 479{,}71\ \Omega$

Dále pomocí goniometrických funkcí vypočteme úhel φ [°].

$\cos\varphi = \dfrac{R}{Z} \qquad \cos\varphi = \dfrac{100}{479{,}71} \qquad \cos\varphi = 0{,}208\,46$

$\varphi = \arccos 0{,}208\,46 \qquad \varphi = 77^\circ 58' \qquad (\sin\varphi = 0{,}978\,03)$

Abychom vypočetli úbytky napětí na rezistoru, cívce a kondenzátoru musíme znát proud protékající obvodem, ten vypočteme pomocí Ohmova zákona.

$I = \frac{U}{Z}$ $\quad$ $I = \frac{1}{479{,}71}$ $\quad$ $I = 0{,}002\,084\,6\ \mathrm{A} = 2{,}084\,6\ \mathrm{mA}$

Nyní vypočteme úbytky napětí na rezistoru, cívce a kondenzátoru.

$U_R = R \cdot I$ $\quad$ $U_R = 100 \cdot 0{,}002\,084\,6$ $\quad$ $U_R = 0{,}208\,46\ \mathrm{V} = 208{,}46\ \mathrm{mV}$

$U_L = X_L \cdot I$ $\quad$ $U_L = 628{,}32 \cdot 0{,}002\,084\,6$ $\quad$ $U_L = 1{,}309\,8\ \mathrm{V}$

$U_C = X_C \cdot I$ $\quad$ $U_C = 159{,}15 \cdot 0{,}002\,084\,6$ $\quad$ $U_C = 0{,}331\,76\ \mathrm{V} = 331{,}76\ \mathrm{mV}$

Abychom narýsovali výkonový trojúhelník, musíme vypočítat činný výkon (P [W]), jalový výkon (Q [var]) a zdánlivý výkon (S [VA]).

$P = U \cdot I \cdot \cos\varphi$ $\quad$ $P = 1 \cdot 0{,}002\,084\,6 \cdot 0{,}208\,46$ $\quad$ $P = 0{,}000\,434\,5\ \mathrm{W} = 434{,}5\ \mu\mathrm{W}$

$Q = U \cdot I \cdot \sin\varphi$ $\quad$ $Q = 1 \cdot 0{,}002\,084\,6 \cdot 0{,}9780\,3$ $\quad$ $Q = 0{,}002\,039\ \mathrm{var} = 2{,}039\ \mathrm{mvar}$

$S = U \cdot I$ $\quad$ $S = 1 \cdot 0{,}002\,084\,6$ $\quad$ $S = 0{,}002\,084\,6\ \mathrm{VA} = 2{,}085\ \mathrm{mVA}$

Nyní můžeme přistoupit k vlastní konstrukci fázorového diagramu:

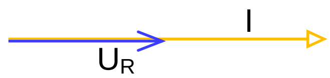
- zvolíme měřítko proudu $1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 0{,}5\ \mathrm{mA}$, přepočteme proudovou hodnotu na hodnotu délkovou a narýsujeme fázor proudu:

  $I = 0{,}002\,084\,6\ \mathrm{A} = 2{,}084\,6\ \mathrm{mA} \Rightarrow |I| = \frac{2{,}084\,6}{0{,}5} = 4{,}17\ \mathrm{cm}$

- zvolíme měřítko napětí $1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 0{,}1\ \mathrm{V}$, přepočteme napěťovou hodnotu na hodnotu délkovou a narýsujeme ve fázi s proudem fázor úbytku napětí na rezistoru U_R:

  $U_R = 0{,}208\,46\ \mathrm{V} \Rightarrow |U_R| = \frac{0{,}208\,46}{0{,}1} = 2{,}08\ \mathrm{cm}$

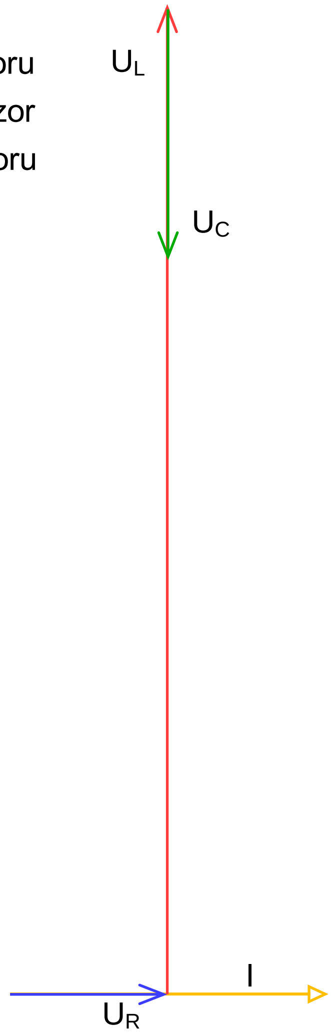
  

- přepočteme napěťovou hodnotu úbytku napětí na cívce U_L na hodnotu délkovou a na konec fázoru úbytku napětí na rezistoru (ve směru posunutí o 90° před fázor proudu) narýsujeme fázor úbytku napětí na cívce U_L:

  $U_L = 1{,}309\,8\ \ \mathrm{V} \Rightarrow |U_L| = \frac{1{,}309\,8}{0{,}1} = 13{,}1\ \mathrm{cm}$

– přepočteme napěťovou hodnotu úbytku napětí na kondenzátoru U_C na hodnotu délkovou a na konec fázoru úbytku napětí na cívce (ve směru posunutí o 90° za fázor proudu) narýsujeme fázor úbytku napětí na kondenzátoru U_C:

$U_C = 0{,}331\,76\ \mathrm{V} \Rightarrow |U_C| = \dfrac{0{,}331\,76}{0{,}1} = 3{,}32\ \mathrm{cm}$

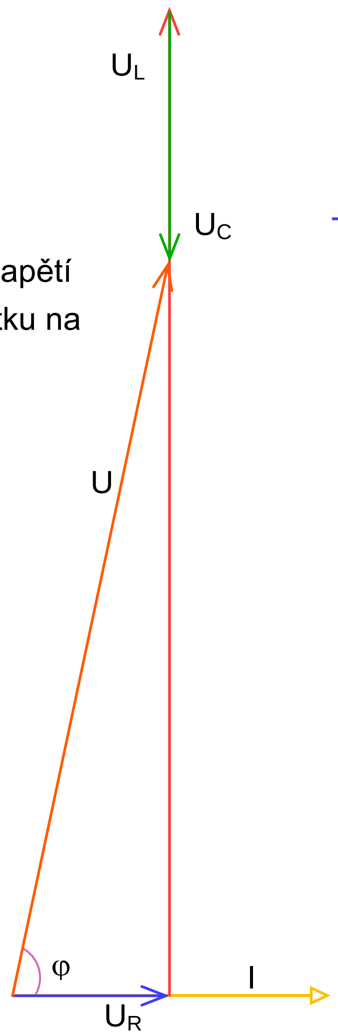


– fázor napětí U narýsujeme jako spojnici začátku fázoru úbytku napětí na rezistoru a konec fázoru úbytku na kondenzátoru:

$\left(U = 1\ \mathrm{V} \Rightarrow |U| = \dfrac{1}{0{,}1} = 10\ \mathrm{cm}\right)$

– Nakonec označíme úhel φ mezi proudem a napětím

$(\varphi = 77^{\circ}58')$



Zkonstruujeme impedanční trojúhelník:

- zvolíme ohmické měřítko $1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 50\ \Omega$, přepočteme hodnotu odporu na hodnotu délkovou a narýsujeme úsečku odporu R:

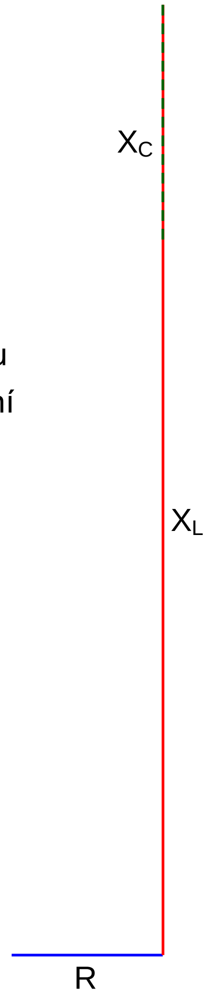
$$\mathrm{R} = 100\ \Omega \Rightarrow |\mathrm{R}| = \frac{100}{50} = 2\ \mathrm{cm}$$

- přepočteme hodnotu indukční reaktance na hodnotu délkovou a narýsujeme úsečku indukční reaktance otočenou o 90° (ve směru napětí U_L):

$$\mathrm{X_L} = 628{,}32\ \Omega \Rightarrow |\mathrm{X_L}| = \frac{628{,}32}{50} = 12{,}57\ \mathrm{cm}$$

- přepočteme hodnotu kapacitní reaktance na hodnotu délkovou a narýsujeme její úsečku na konec indukční reaktance otočenou o 180° proti ní:

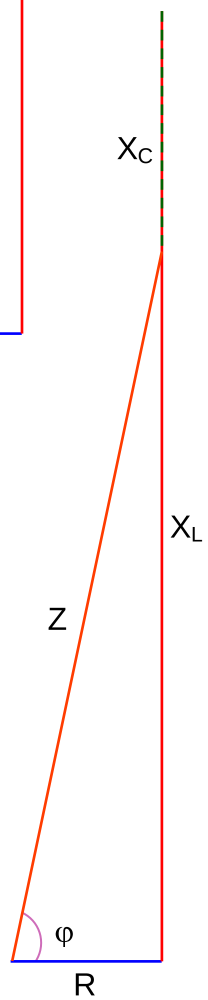
$$\mathrm{X_C} = 159{,}15\ \Omega \Rightarrow |\mathrm{X_L}| = \frac{159{,}15}{50} = 3{,}18\ \mathrm{cm}$$



- spojíme počátek úsečky odporu a konec úsečky kapacitní reaktance, čímž narýsujeme úsečku impedance Z:

$$\left(\mathrm{Z} = 479{,}71\ \ \Omega \Rightarrow |\mathrm{Z}| = \frac{479{,}71}{50} = 9{,}59\ \mathrm{cm}\right)$$

- na závěr znázorníme úhel φ mezi odporem a impedancí: (φ = 77°58´)



Nakonec zkonstruujeme výkonový trojúhelník:

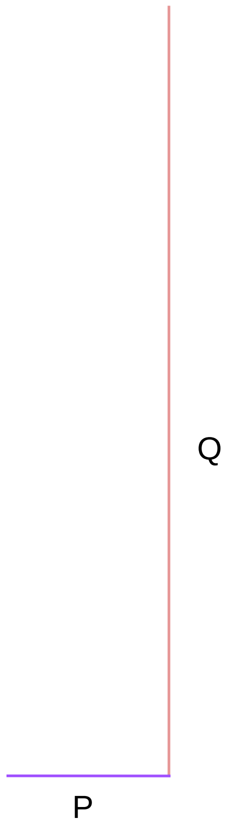
– zvolíme výkonové měřítko $1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 0{,}2\ \mathrm{mVA}$

– přepočteme hodnotu činného výkonu na hodnotu délkovou a narýsujeme úsečku činného výkonu P:

$$\mathrm{P} = 434{,}5\ \mu\mathrm{W} \ = \ 0{,}434\,5\ \mathrm{mW} \Rightarrow |\mathrm{P}| = \frac{0{,}434\,5}{0{,}2} = 2{,}17\ \mathrm{cm}$$

– přepočteme hodnotu jalového výkonu na hodnotu délkovou a narýsujeme úsečku jalového výkonu Q:

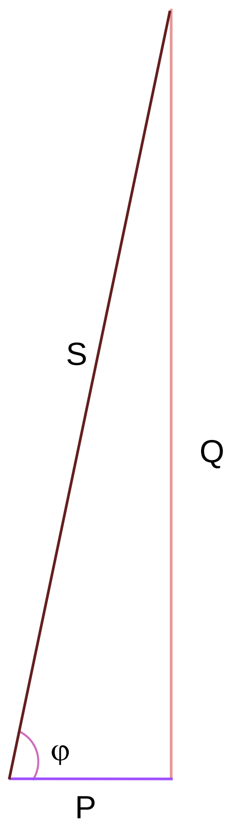
$$\mathrm{Q} = 2{,}039\ \mathrm{mvar} \Rightarrow |\mathrm{Q}| = \frac{2{,}039}{0{,}2} = 10{,}2\ \mathrm{cm}$$



– spojíme počátek úsečky činného výkonu a konec úsečky jalového výkonu, čímž narýsujeme úsečku zdánlivého výkonu S:

$$\left(\mathrm{S} = 2{,}085\ \mathrm{mVA} \Rightarrow |\mathrm{S}| = \frac{2{,}085}{0{,}2} = 10{,}45\ \mathrm{cm}\right)$$

– nakonec znázorníme úhel φ mezi činným a zdánlivým výkonem:
(φ = 77°58′)



POZNÁMKA:

Tento příklad si můžete prakticky ověřit na měřícím modulu číslo 3.

PRAKTICKÉ ÚLOHY

Úloha 1. 5. 4. 1.

Vypočtěte proud tekoucí ze zdroje střídavého napětí U = 200 mV, 9 kHz do sériového obvodu složeného z rezistoru s odporem R = 10 Ω, cívky s indukčností L = 100 mH a kondenzátoru s kapacitou C = 10 nF. Ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram, impedanční trojúhelník a trojúhelník výkonů.

Úloha 1. 5. 4. 2.

Vypočtěte proud tekoucí ze zdroje střídavého napětí U = 100 mV, 5 kHz do sériového obvodu složeného z rezistoru s odporem R = 47 Ω, cívky s indukčností L = 470 mH a kondenzátoru s kapacitou C = 4,7 nF. Ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram, impedanční trojúhelník a trojúhelník výkonů.

Úloha 1. 5. 4. 3.

Vypočtěte proud tekoucí ze zdroje střídavého napětí U = 2 V, 50 Hz do sériového obvodu složeného z rezistoru s odporem R = 470 Ω, cívky s indukčností L = 470 mH a kondenzátoru s kapacitou C = 4,7 μF. Ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram, impedanční trojúhelník a trojúhelník výkonů.

1.6. Paralelní řazení prvků

Je-li na prvcích elektrického obvodu stejné napětí, říkáme, že prvky tohoto obvodu jsou řazeny paralelně (vedle sebe). Řídícím fázorem pro paralelně řazené prvky je fázor elektrického napětí. Proud tekoucí z napěťového zdroje se rozdělí do jednotlivých paralelně řazených prvků v poměru jejich vodivostí, přičemž vektorový součet těchto proudů je roven proudu tekoucího z připojeného zdroje.

POZNÁMKA:

I v této kapitole budeme považovat všechny prvky elektrického obvodu za ideální (jejich parazitní vlastnosti jsou zanedbány).

1.6.1. Paralelní řazení R a L

POZNÁMKA:

V této kapitole je popsán základ paralelních obvodů platný i pro další kapitoly s paralelně řazenými prvky.

ČAS KE STUDIU

90 minut teoretická příprava + 25 minut řešený příklad.

CÍL

Pochopit poměry veličin střídavého proudu v paralelně řazeném obvodu s ideálním rezistorem a ideální cívkou.

POJMY K ZAPAMATOVÁNÍ

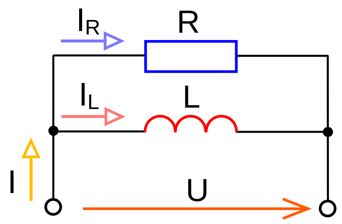
Admitance = zdánlivá vodivost obvodu složeného z více prvků (paralelně řazených), značí se Y a její jednotkou je Siemens (S).

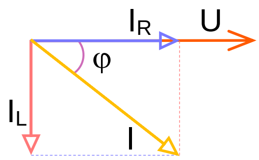
Admitanční trojúhelník = grafické znázornění (zdánlivých) vodivostí prvků obvodu složeného paralelně.

Činný proud = složka proudu (vzniklá jeho rozkladem), která je ve fázi s napětím, značí se $I_č$ [A].

Jalový proud = složka proudu (vzniklá jeho rozkladem), která je kolmá na fázor napětí, značí se I_j [A].

VÝKLAD



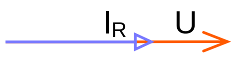


Paralelní řazení ideálního rezistoru s odporem R a ideální cívky s indukčností L je na obrázku. Obvodem po připojení ke zdroji střídavého sinusového napětí U začne procházet střídavý sinusový proud I. Tento proud se rozdělí na proud tekoucí rezistorem I_R, který je ve fázi s napětím a na proud tekoucí cívkou I_L, který se zpožďuje za napětím o 90°. Vektorový součet těchto proudů je roven proudu ze zdroje. Proud ze zdroje se zpožďuje za napětím o úhel φ (napětí zdroje předbíhá proud o úhel φ).

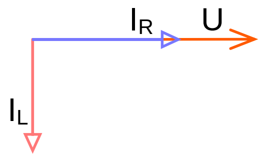
Konstrukce fázorového diagramu opět vychází z řídícího fázoru (u paralelního řazení je to fázor napětí):

- ve vhodném měřítku narýsujeme fázor napětí U

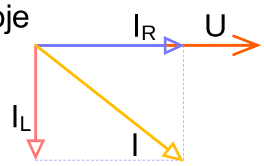
- ve fázi s tímto napětím narýsujeme (v proudovém měřítku) proud tekoucí rezistorem I_R



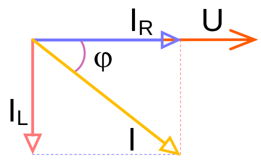
- o 90° za fázor napětí narýsujeme fázor proudu tekoucího cívkou I_L (opět v proudovém měřítku)



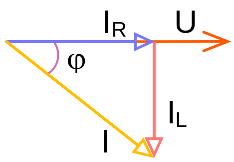
- vektorovým součtem proudů tekoucích rezistorem a cívkou (doplněním na rovnoběžník) dostáváme fázor proudu I tekoucího ze zdroje



- nakonec označíme úhel φ mezi napětím a proudem



Obdobně bychom opět mohli postupovat pomocí přesouvání jednoho fázoru na konec fázoru druhého.



POZNÁMKA:

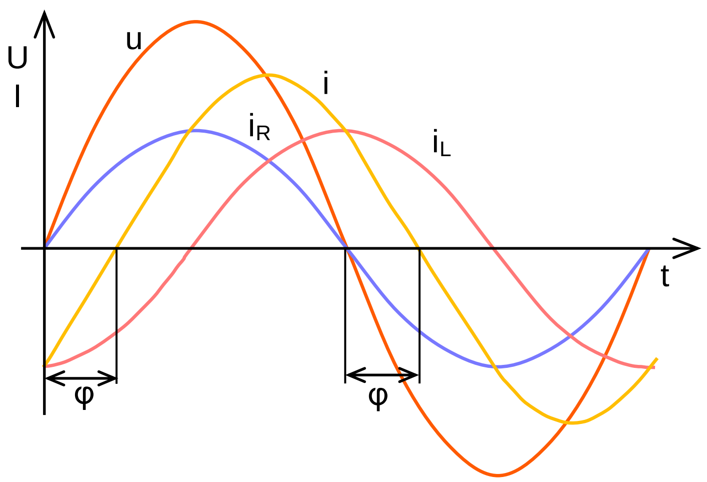
Postup konstrukce fázorového diagramu také naleznete ve výukové prezentaci číslo 5.

Z fázorového diagramu je patrné, že trojúhelník proudů I_R, I_L a I je pravoúhlý a platí pro něj Pythagorova věta a goniometrické funkce. Můžeme tedy napsat rovnice:

$$I^2 = I_R^2 + I_L^2 \Longrightarrow I = \sqrt{I_R^2 + I_L^2};$$

$$\cos\varphi = \frac{I_R}{I};\ \sin\varphi = \frac{I_L}{I};\ \mathrm{tg}\,\varphi = \frac{I_L}{I_R}.$$

Průběh okamžitých hodnot napětí a jednotlivých proudů je na následujícím obrázku. Proud se zpožďuje za napětím o úhel φ. Okamžitá hodnota proudu je dána součtem okamžitých hodnot proudů tekoucích rezistorem a cívkou $i = i_R + i_L$.



Vydělíme-li fázory proudů řídícím fázorem napětí, dostaneme parametry tzv. admitančního trojúhelníku:

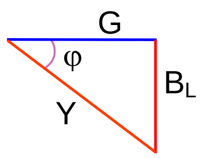
$$\frac{I_R}{U} = G;\ \frac{I_L}{U} = B_L;\ \frac{I}{U} = Y,$$

kde Y je tzv. admitance obvodu, tedy zdánlivá vodivost paralelně řazených prvků. Jednotkou admitance je Siemens (S).

Nakreslíme-li ve vhodném měřítku admitanční trojúhelník, zjistíme, že se jedná o trojúhelník podobný trojúhelníku proudů (ve fázorovém diagramu). Opět tedy platí rovnice:

$$Y^2 = G^2 + B_L^2 \Longrightarrow Y = \sqrt{G^2 + B_L^2};$$

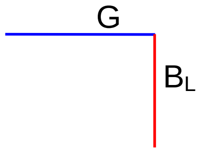
$$\cos\varphi = \frac{G}{Y};\ \sin\varphi = \frac{B_L}{Y};\ \mathrm{tg}\,\varphi = \frac{B_L}{G}.$$



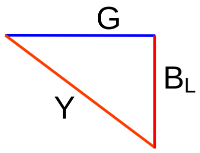
Konstrukce admitančního trojúhelníku:

- nejdříve narýsujeme ve vhodném měřítku úsečku vodivosti G

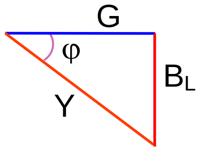
- dále narýsujeme úsečku indukční susceptance BL otočenou o 90° (ve směru proudu IL)



- poté spojíme počátek úsečky vodivosti a konec úsečky indukční susceptance a tím narýsujeme úsečku admitance Y



- nakonec znázorníme úhel φ mezi vodivostí a admitancí



Vynásobíme-li fázory proudů řídícím fázorem napětí, dostaneme parametry výkonového trojúhelníku:
$I_R \cdot U = P$; $I_L \cdot U = Q$; $I \cdot U = S$,

kde P je činný výkon (jednotkou je Watt - W), Q jalový výkon (volt ampér reaktanční - var) a S výkon zdánlivý (volt ampér - VA).

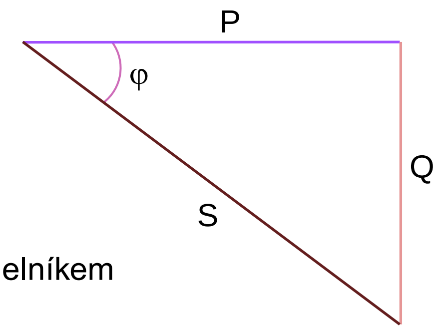
Dosadíme-li za I_R a I_L z goniometrických funkcí fázorového diagramu $I_R = I \cdot \cos\varphi$ a $I_L = I \cdot \sin\varphi$, dostaneme známé vztahy pro činný a jalový výkon ve tvaru:

$P = U \cdot I \cdot \cos\varphi$; $Q = U \cdot I \cdot \sin\varphi$.

Také ve výkonovém trojúhelníku platí Pythagorova věta a goniometrické funkce ve tvaru:

$S^2 = P^2 + Q^2 \Rightarrow S = \sqrt{P^2 + Q^2}$;

$\cos\varphi = \frac{P}{S}$; $\sin\varphi = \frac{Q}{S}$; $\mathrm{tg}\,\varphi = \frac{Q}{P}$.

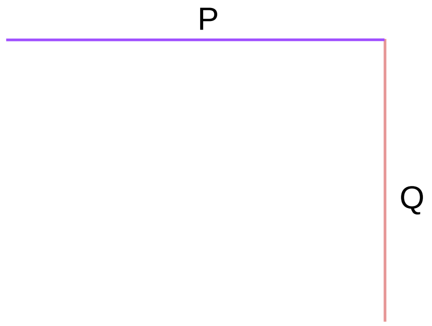


Výkonový trojúhelník je opět trojúhelník podobný s trojúhelníkem fázorového diagramu (a tedy i trojúhelníkem admitančním).

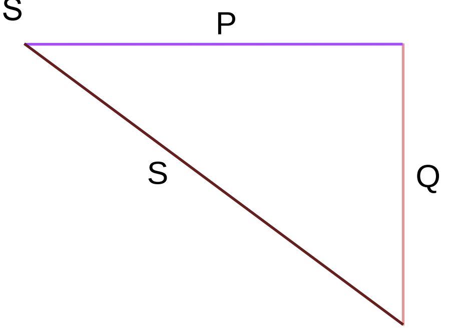
Pro doplnění a opakování opět uvádíme i konstrukci výkonového trojúhelníku:

- nejprve narýsujeme úsečku činného výkonu P (ve vhodném měřítku)

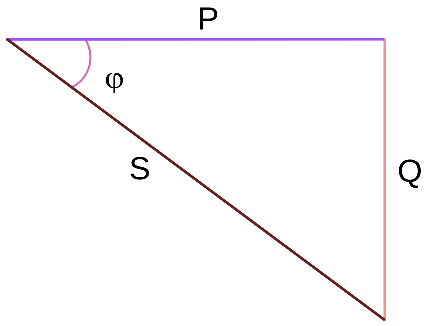
– dále narýsujeme úsečku jalového výkonu Q pootočenou o 90° (ve směru proudu I_L)



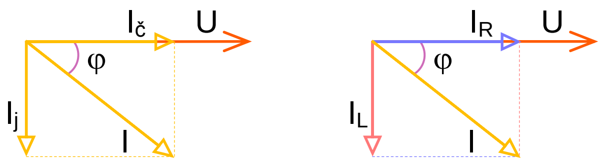
– poté spojíme počátek úsečky činného výkonu a konec úsečky jalového výkonu, čímž narýsujeme úsečku výkonu zdánlivého S



– nakonec znázorníme úhel φ mezi činným a zdánlivým výkonem



Na paralelním obvodu také můžeme snadno předvést rozklad proudu na činnou a jalovou složku. Činný proud $I_č$ je definován jako část proudu, která je ve fázi s napětím. Jalový proud I_j je definován jako složka proudu kolmá na napětí (před nebo za). Rozložením proudu na tyto složky a porovnáním s fázorovým diagramem je zřejmé, že činný proud je roven proudu tekoucímu rezistorem I_R a jalový proud je roven proudu tekoucímu cívkou I_L.

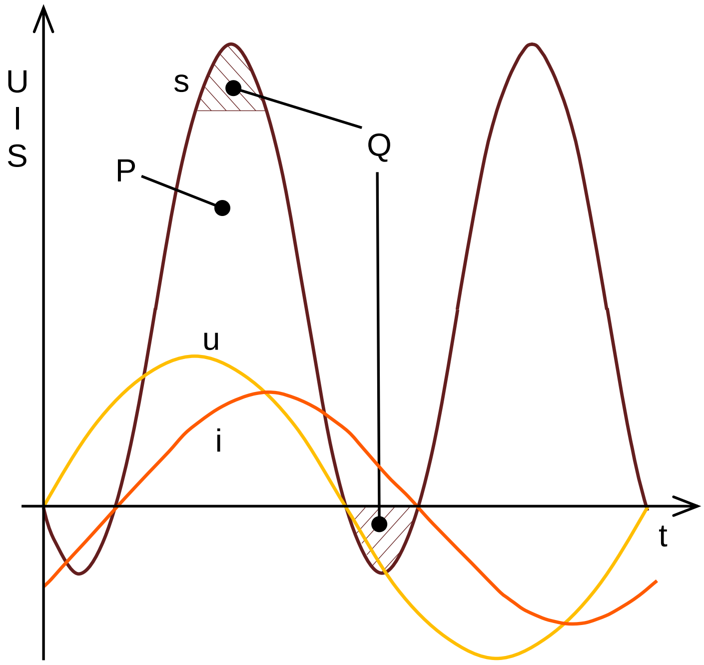


Na základě definice činné a jalové složky proudu a dosazením za I_R a I_L do vztahů pro výkony ($I_R = I_č$; $I_L = I_j$) dostaneme vztahy ve tvaru:

$P = I_č \cdot U$; $Q = I_j \cdot U$.

Porovnáním se vztahy: $P = U \cdot I \cdot \cos\varphi$; $Q = U \cdot I \cdot \sin\varphi$, odvodíme také vztahy pro výpočet činné a jalové složky $I_č = I \cdot \cos\varphi$; $I_j = I \cdot \sin\varphi$ (tyto vztahy jsou zřejmé i z proudového trojúhelníku vzniklého rozkladem proudu).

Průběh okamžité hodnoty zdánlivého výkonu je dán součinem okamžitých hodnot napětí a proudu. Šrafované oblasti jsou plošně stejné a představují výměnný jalový výkon, ostatní plocha představuje činný výkon.




SHRNUTÍ POJMŮ

Fázový posun proudu a napětí na paralelně řazeném rezistoru a cívce, fázorový diagram, admitance, admitanční trojúhelník, činný proud, jalový proud.


OTÁZKY

Jaký je fázový posun proudu a napětí na paralelním řazení rezistoru a cívky?

Co je to admitance jak ji značíme a jak ji vypočteme?

Co je to admitanční trojúhelník?

Na jaké složky se rozkládá proud, jak jsou definovány a jak je značíme?

ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

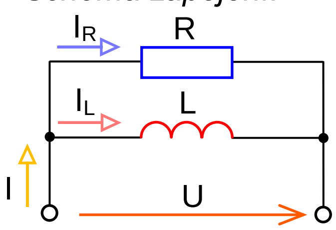
Příklad 1.6.1.1.

Zadání:

Vypočtěte admitanci paralelního obvodu složeného z rezistoru s odporem R = 470 Ω a cívky s indukčností L = 100 mH, připojeného na zdroj střídavého napětí U = 1 V, 1 kHz. Vypočtěte též elektrický proud a fázový posun mezi proudem a napětím. Dále vypočtěte proudy tekoucí rezistorem a cívkou a ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram. Nakonec vypočtěte parametry admitančního a výkonového trojúhelníku a tyto ve vhodném měřítku narýsujte.

Řešení:

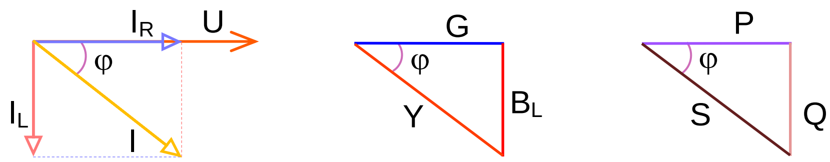
Schéma zapojení:



Vyjádření zadání:

R = 470 Ω	Y = ? I = ?
L = 100 mH = 0,1 H	φ = ?
U = 1 V	I_R, I_L = ?
f = 1 kHz = 1 000 Hz	P, Q, S = ?

Předpokládaný tvar fázorového diagramu, admitančního trojúhelníku a trojúhelníku výkonů:



Vlastní výpočet:

Nejprve vypočteme vodivost rezistoru:

$$G = \frac{1}{R} \qquad G = \frac{1}{470} \qquad G = 2{,}128 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{S} = 2{,}128\ \mathrm{mS}$$

Poté vypočteme indukční susceptanci:

$$B_L = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot L} \qquad B_L = \frac{1}{2 \cdot \pi\, .\ 1\,000\, .\ 0{,}1} \qquad B_L = 1{,}592 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{S} = 1{,}592\ \mathrm{mS}$$

Pokračujeme výpočtem admitance:

$$Y = \sqrt{G^2 + B_L^2} \qquad Y = \sqrt{(2{,}128 \cdot 10^{-3})^2 + (1{,}592 \cdot 10^{-3})^2} \qquad Y = 2{,}658\ \mathrm{mS}$$

Dále z hodnoty admitance Y a ze zadaného svorkového napětí U vypočteme celkový proud I [A] odebíraný ze zdroje (užití Ohmova zákona):

$$I = U \cdot Y \qquad I = 1 \cdot 2{,}658 \cdot 10^{-3} \qquad I = 2{,}658\ \mathrm{mA}$$

Vypočteme fázový posun mezi proudem a napětím (použijeme vztah pro některou goniometrickou funkci pro impedanční trojúhelník např. cos):

$\cos\varphi = \frac{G}{Y}$ $\qquad$ $\cos\varphi = \frac{2{,}128}{2{,}658}$ $\qquad$ $\cos\varphi = 0{,}800\,601\,956$

$\varphi = 36°\,48'\,45''$

Vypočteme proudy tekoucí rezistorem a cívkou (I_R a I_L):

$I_R = G \cdot U$ $\qquad$ $I_R = 2{,}128 \cdot 10^{-3} \cdot 1$ $\qquad$ $I_R = 2{,}128\ \mathrm{mA}$

$I_L = B_L \cdot U$ $\qquad$ $I_L = 1{,}592 \cdot 1$ $\qquad$ $I_L = 1{,}592\ \mathrm{mA}$

Vypočteme hodnoty výkonů:
- Činný výkon P:

$P = U \cdot I \cdot \cos\varphi$ $\qquad$ $P = 1 \cdot 2{,}658 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}800\,601\,956$

$P = 0{,}002\,128\ \mathrm{W} = 2{,}128\ \mathrm{mW}$

$P = I_R \cdot U$ $\qquad$ $P = 2{,}128 \cdot 10^{-3} \cdot 1$ $\qquad$ $P = 2{,}128\ \mathrm{mW}$

- Jalový výkon Q:

$Q = U \cdot I \cdot \sin\varphi$ $\qquad$ $Q = 1 \cdot 2{,}658 \cdot 10^{-3} \cdot \sin 36°\,48'\,45''$

$Q = 0{,}001\,593\ \mathrm{var} = 1{,}593\ \mathrm{mvar}$

$Q = I_L \cdot U$ $\qquad$ $Q = 1{,}592 \cdot 10^{-3} \cdot 1$ $\qquad$ $Q = 1{,}592\ \mathrm{mvar}$

- Zdánlivý výkon S:

$S = U \cdot I$ $\qquad$ $S = 1 \cdot 2{,}658 \cdot 10^{-3}$ $\qquad$ $S = 2{,}658\ \mathrm{mVA}$

Nyní přistoupíme ke konstrukci fázorového diagramu:

– zvolíme měřítko napětí $1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 0{,}2\ \mathrm{V}$, přepočteme napěťovou hodnotu na hodnotu délkovou a narýsujeme fázor napětí U

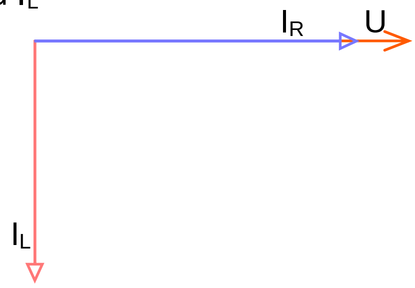
$$U = 1\ \mathrm{V} \Rightarrow |U| = \frac{1}{0{,}2} = 5\ \mathrm{cm}$$

– zvolíme měřítko proudu $1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 0{,}5\ \mathrm{mA}$, přepočteme hodnotu proudu tekoucího rezistorem na hodnotu délkovou a ve fázi s napětím narýsujeme fázor I_R

$$I_R = 2{,}128\ \mathrm{mA} \Rightarrow |I_R| = \frac{2{,}128}{0{,}5} = 4{,}26\ \mathrm{cm}$$

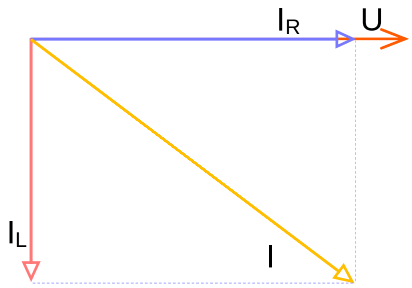
– dále přepočteme hodnotu proudu tekoucího cívkou na hodnotu délkovou a o 90° za fázor napětí narýsujeme fázor proudu I_L

$$I_L = 1{,}592\ \mathrm{mA} \Rightarrow |I_L| = \frac{1{,}592}{0{,}5} = 3{,}18\ \mathrm{cm}$$

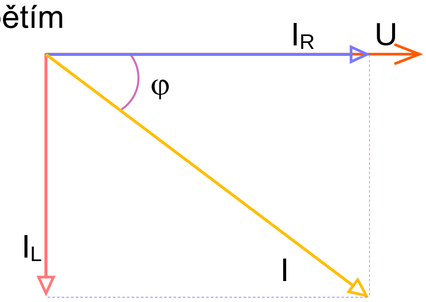


– vektorovým součtem proudů tekoucích rezistorem a cívkou dostáváme fázor proudu I

$$\left(I = 2{,}658\ \mathrm{mA} \Rightarrow |I| = \frac{2{,}658}{0{,}5} = 5{,}32\ \mathrm{cm}\right)$$



– nakonec označíme úhel φ mezi proudem a napětím ($\varphi = 36°\,48'\,45''$)



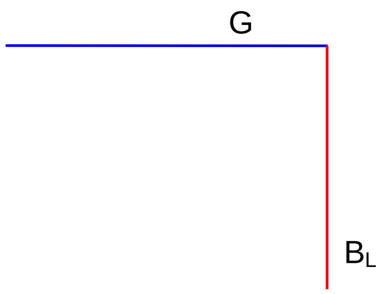
Dále nakreslíme admitanční trojúhelník:

– nejdříve zvolíme měřítko vodivostí $1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 0{,}5\ \mathrm{mS}$, přepočteme hodnotu vodivosti na hodnotu délkovou a narýsujeme úsečku vodivosti G

$$G = 2{,}128\ \mathrm{mS} \Rightarrow |G| = \frac{2{,}128}{0{,}5} = 4{,}26\ \mathrm{cm}$$

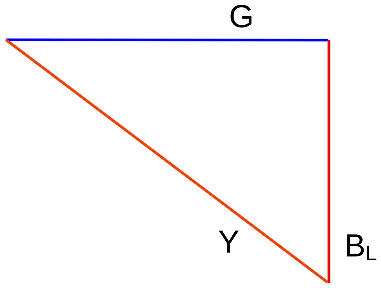
– dále přepočteme hodnotu indukční susceptance na hodnotu délkovou a narýsujeme úsečku indukční susceptance B_L otočenou o 90° (ve směru proudu I_L)

$$B_L = 1{,}592\ \mathrm{mS} \Rightarrow |B_L| = \frac{1{,}592}{0{,}5} = 3{,}18\ \mathrm{cm}$$

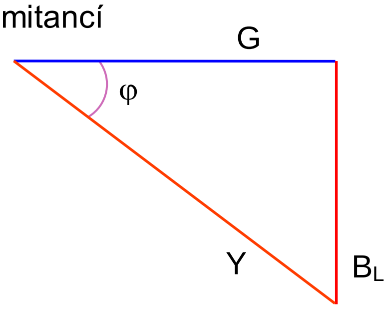


– poté spojíme počátek úsečky vodivosti a konec úsečky indukční susceptance a tím narýsujeme úsečku admitance Y

$$\left(Y = 2{,}658\ \mathrm{mS} \Rightarrow |Y| = \frac{2{,}658}{0{,}5} = 5{,}32\ \mathrm{cm}\right)$$



– nakonec znázorníme úhel φ mezi vodivostí a admitancí ($\varphi = 36°\,48'\,45''$)



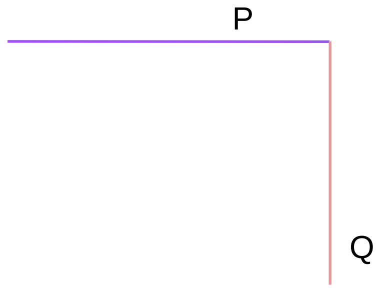
Posledním úkolem je nakreslit výkonový trojúhelník:

– nejdříve zvolíme výkonové měřítko $1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 0{,}5\ \mathrm{mVA}$, přepočteme hodnotu činného výkonu na hodnotu délkovou a narýsujeme jeho úsečku

$$P = 2{,}128\ \mathrm{mW} \Rightarrow |P| = \frac{2{,}128}{0{,}5} = 4{,}26\ \mathrm{cm}$$

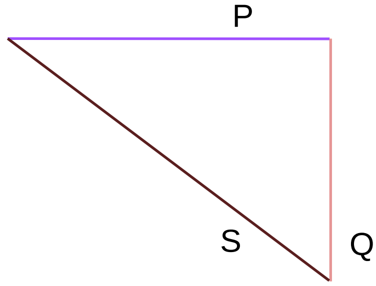
– přepočteme na hodnotu délkovou hodnotu jalového výkonu a narýsujeme úsečku jalového výkonu otočenou o 90° (ve směru proudu I_L)

$$Q = 1{,}592\ \mathrm{mvar} \Rightarrow |Q| = \frac{1{,}592}{0{,}5} = 3{,}18\ \mathrm{cm}$$

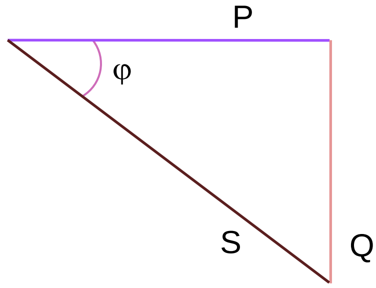


– dále spojíme počátek úsečky činného a konec úsečky jalového výkonu, čímž narýsujeme úsečku výkonu zdánlivého

$$\left(S = 2{,}658\ \mathrm{mVA} \Rightarrow |S| = \frac{2{,}658}{0{,}5} = 5{,}32\ \mathrm{cm}\right)$$



- nakonec znázorníme úhel φ mezi činným a zdánlivým výkonem ($\varphi = 36° 48' 45''$)



POZNÁMKA:

Tento příklad si můžete prakticky ověřit na měřícím modulu číslo 4.


PRAKTICKÉ ÚLOHY

Úloha 1. 6. 1. 1.

Vypočtěte admitanci paralelního obvodu složeného z rezistoru s odporem R = 1 kΩ a cívky s indukčností L = 500 mH, připojeného na zdroj střídavého napětí U = 5 V, 500 Hz. Vypočtěte též elektrický proud a fázový posun mezi proudem a napětím. Dále vypočtěte proudy tekoucí rezistorem a cívkou a ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram. Nakonec vypočtěte parametry admitančního a výkonového trojúhelníku a tyto ve vhodném měřítku narýsujte.

Úloha 1. 6. 1. 2.

Vypočtěte admitanci paralelního obvodu složeného z rezistoru s odporem R = 5,5 kΩ a cívky s indukčností L = 200 mH, připojeného na zdroj střídavého napětí U = 15 V, 100 Hz. Vypočtěte též elektrický proud a fázový posun mezi proudem a napětím. Dále vypočtěte proudy tekoucí rezistorem a cívkou a ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram. Nakonec vypočtěte parametry admitančního a výkonového trojúhelníku a tyto ve vhodném měřítku narýsujte.

1.6.2. Paralelní řazení R a C

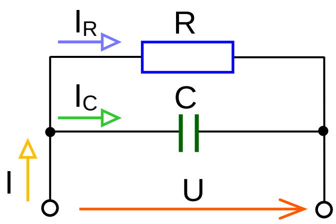
ČAS KE STUDIU

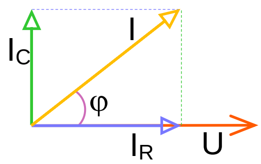
60 minut teoretická příprava + 25 minut řešený příklad.

CÍL

Pochopit poměry veličin střídavého proudu v paralelně řazeném obvodu s ideálním rezistorem a ideálním kondenzátorem.

VÝKLAD



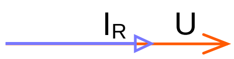


Paralelní řazení ideálního rezistoru s odporem R a ideálního kondenzátoru s kapacitou C je na obrázku. Obvodem po připojení ke zdroji střídavého sinusového napětí U začne procházet střídavý sinusový proud I. Tento proud se rozdělí na proud tekoucí rezistorem I_R, který je ve fázi s napětím a na proud tekoucí kondenzátorem I_C, který předbíhá napětí o 90°. Vektorový součet těchto proudů je roven proudu ze zdroje. Proud ze zdroje předbíhá napětí o úhel φ.

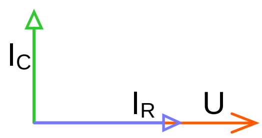
Konstrukce fázorového diagramu opět vychází z řídícího fázoru (u paralelního řazení je to fázor napětí):

- ve vhodném měřítku narýsujeme fázor napětí U

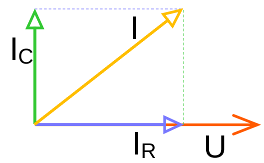
- ve fázi s tímto napětím narýsujeme (v proudovém měřítku) proud tekoucí rezistorem I_R



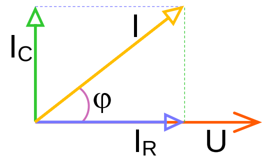
- o 90° před fázor napětí narýsujeme fázor proudu tekoucího kondenzátorem I_C (opět v proudovém měřítku)



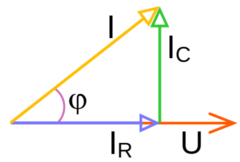
– vektorovým součtem proudů tekoucích rezistorem a kondenzátorem (doplněním na rovnoběžník) dostáváme fázor proudu I tekoucího ze zdroje



– nakonec označíme úhel φ mezi napětím a proudem



Opět bychom mohli fázorový diagram konstruovat pomocí přesouvání jednoho fázoru na konec fázoru druhého



POZNÁMKA:

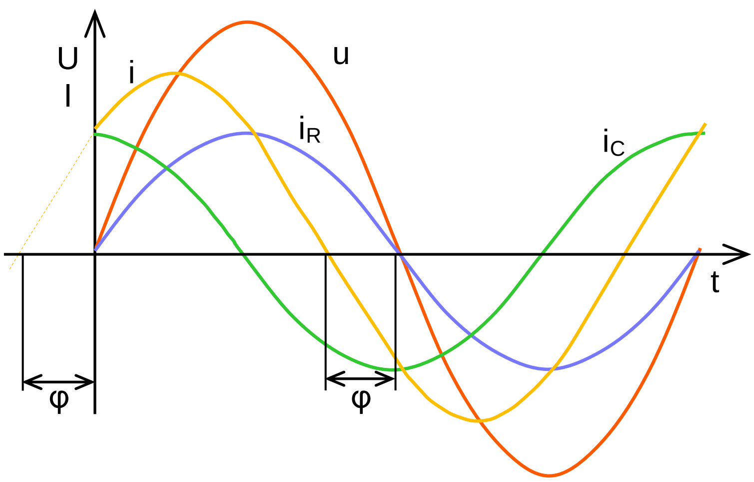
Postup konstrukce fázorového diagramu také naleznete ve výukové prezentaci číslo 6.

Z fázorového diagramu je patrné, že trojúhelník proudů I_R, I_C a I je pravoúhlý a platí pro něj Pythagorova věta a goniometrické funkce. Můžeme tedy napsat rovnice:

$$\mathrm{I}^2 = \mathrm{I}_\mathrm{R}^2 + \mathrm{I}_\mathrm{C}^2 \Longrightarrow \mathrm{I} = \sqrt{\mathrm{I}_\mathrm{R}^2 + \mathrm{I}_\mathrm{C}^2};$$

$$\cos\varphi = \frac{\mathrm{I}_\mathrm{R}}{\mathrm{I}};\ \sin\varphi = \frac{\mathrm{I}_\mathrm{C}}{\mathrm{I}};\ \mathrm{tg}\,\varphi = \frac{\mathrm{I}_\mathrm{C}}{\mathrm{I}_\mathrm{R}}.$$

Průběh okamžitých hodnot napětí a jednotlivých proudů je na následujícím obrázku. Proud předbíhá napětí o úhel φ. Okamžitá hodnota proudu je dána součtem okamžitých hodnot proudů tekoucích rezistorem a kondenzátorem $i = i_R + i_C$.



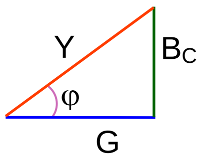
Vydělíme-li fázory proudů řídícím fázorem napětí, dostaneme opět parametry admitančního trojúhelníku:

$\frac{I_R}{U} = G;\ \frac{I_C}{U} = B_C;\ \frac{I}{U} = Y.$

Nakreslíme-li ve vhodném měřítku admitanční trojúhelník, zjistíme, že se jedná o trojúhelník podobný trojúhelníku proudů (ve fázorovém diagramu). Opět tedy platí rovnice:

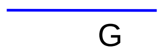
$Y^2 = G^2 + B_C^2 \Longrightarrow Y = \sqrt{G^2 + B_C^2};$

$\cos\varphi = \frac{G}{Y};\ \sin\varphi = \frac{B_C}{Y};\ \mathrm{tg}\,\varphi = \frac{B_c}{G}.$

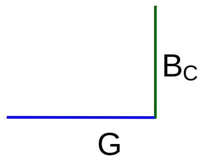


Konstrukce admitančního trojúhelníku:

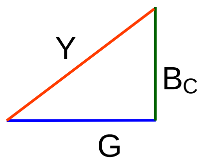
- nejdříve narýsujeme ve vhodném měřítku úsečku vodivosti G



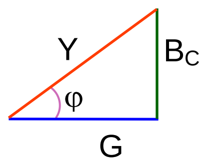
- narýsujeme úsečku kapacitní susceptance B_C otočenou o 90° (ve směru proudu I_C)



- poté spojíme počátek úsečky vodivosti a konec úsečky kapacitní susceptance a tím narýsujeme úsečku admitance Y



- nakonec znázorníme úhel φ mezi vodivostí a admitancí



Vynásobíme-li fázory proudů řídícím fázorem napětí, dostaneme parametry výkonového trojúhelníku:

$I_R \cdot U = P;\ I_C \cdot U = Q;\ I \cdot U = S.$

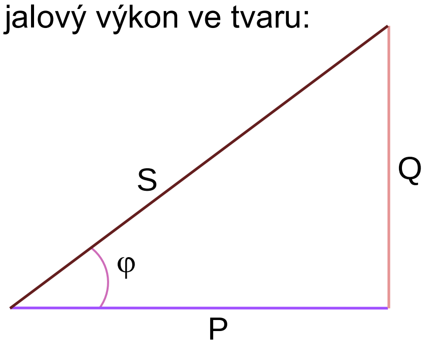
Dosadíme-li za I_R a I_C z goniometrických funkcí fázorového diagramu $I_R = I \cdot \cos\varphi$ a $I_C = I \cdot \sin\varphi$, dostaneme známé vztahy pro činný a jalový výkon ve tvaru:

$P = U \cdot I \cdot \cos\varphi;\ Q = U \cdot I \cdot \sin\varphi.$

Také ve výkonovém trojúhelníku platí rovnice:

$S^2 = P^2 + Q^2 \Longrightarrow S = \sqrt{P^2 + Q^2};$

$\cos\varphi = \frac{P}{S};\ \sin\varphi = \frac{Q}{S};\ \mathrm{tg}\,\varphi = \frac{Q}{P}.$

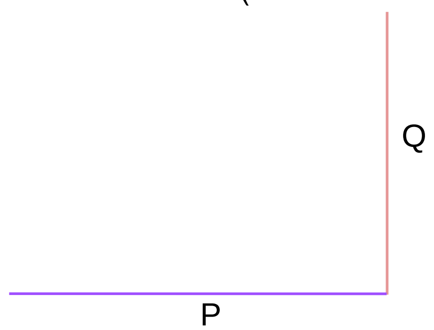


Výkonový trojúhelník je opět trojúhelník podobný s trojúhelníkem fázorového diagramu (a tedy i trojúhelníkem admitančním).

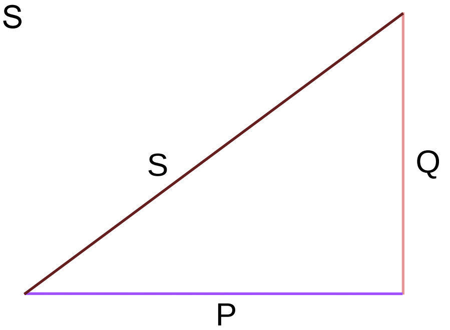
Pro doplnění a opakování opět uvádíme i konstrukci výkonového trojúhelníku:

– nejprve narýsujeme úsečku činného výkonu P (ve vhodném měřítku)

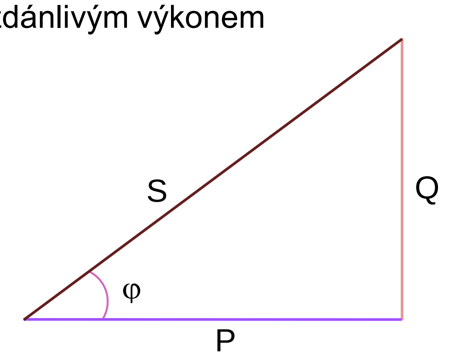
– dále narýsujeme úsečku jalového výkonu Q pootočenou o 90° (ve směru proudu I_C)



– poté spojíme počátek úsečky činného výkonu a konec úsečky jalového výkonu, čímž narýsujeme úsečku výkonu zdánlivého S



– nakonec znázorníme úhel φ mezi činným a zdánlivým výkonem



OTÁZKY

Jaký je fázový posun proudu a napětí na paralelním řazení rezistoru a kondenzátoru?

ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

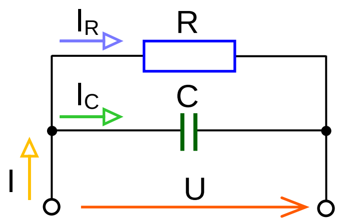
Příklad 1.6.2.1.

Zadání:

Vypočtěte proud tekoucí ze zdroje střídavého napětí U = 2 V, 15 kHz do paralelního obvodu složeného z rezistoru s odporem R = 200 Ω a kondenzátoru s kapacitou C = 100 nF. Vypočtěte též složky výkonu odebíraného ze zdroje, parametry admitančního trojúhelníku a fázový posun mezi proudem a napětím. Ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram, admitanční trojúhelník a trojúhelník výkonů.

Řešení:

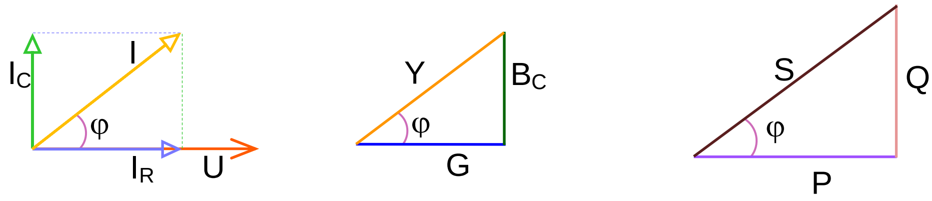
Schéma zapojení:



Vyjádření zadání:

R = 200 Ω	I = ?
C = 100 nF = $100 \cdot 10^{-9}$ F	P, Q, S = ?
U = 2 V	Y, B_C, = ?
f = 15 kHz = $15 \cdot 10^{3}$ Hz	φ = ?

Předpokládaný tvar fázorového diagramu, admitančního trojúhelníku a trojúhelníku výkonů:



Vlastní výpočet:

Nejprve vypočteme vodivost rezistoru:

$$G = \frac{1}{R} \qquad G = \frac{1}{200} \qquad G = 0{,}005\ \mathrm{S} = 5\ \mathrm{mS}$$

Poté vypočteme kapacitní susceptanci:

$$B_C = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot C \qquad B_C = 2 \cdot \pi \cdot 15 \cdot 10^3 \cdot 100 \cdot 10^{-9} \qquad B_C = 0{,}009\,42\ \mathrm{S} = 9{,}42\ \mathrm{mS}$$

Pokračujeme výpočtem admitance:

$$Y = \sqrt{G^2 + B_C^2} \qquad Y = \sqrt{(5 \cdot 10^{-3})^2 + (9{,}42 \cdot 10^{-3})^2} \qquad Y = 0{,}010\,66\ \mathrm{S} = 10{,}66\ \mathrm{mS}$$

Dále z hodnoty admitance Y a ze zadaného svorkového napětí U vypočteme celkový proud I [A] odebíraný ze zdroje (užití Ohmova zákona):

$$I = U \cdot Y \qquad I = 2 \cdot 10{,}66 \cdot 10^{-3} \qquad I = 0{,}021\,32\ \mathrm{A} = 21{,}32\ \mathrm{mA}$$

Vypočteme fázový posun mezi proudem a napětím (použijeme vztah pro některou goniometrickou funkci pro impedanční trojúhelník např. cos):

$$\cos\varphi = \frac{G}{Y} \qquad \cos\varphi = \frac{5\cdot 10^{-3}}{10{,}66\cdot 10^{-3}} \qquad \cos\varphi = 0{,}469\,043\,152$$

$$\varphi = 62°\,01'\,40''$$

Vypočteme proudy tekoucí jednotlivými větvemi obvodu (rezistorem I_R, a kondenzátorem I_C):

$$I_R = G\cdot U \qquad I_R = 5\cdot 10^{-3}\cdot 2 \qquad I_R = 10\ \mathrm{mA}$$

$$I_C = B_C\cdot U \qquad I_C = 9{,}42\cdot 10^{-3}\cdot 2 \qquad I_C = 18{,}84\ \mathrm{mA}$$

Vypočteme hodnoty výkonů:
- Činný výkon P:

$$P = U\cdot I\cdot\cos\varphi \qquad P = 2\cdot 21{,}32\cdot 10^{-3}\cdot 0{,}469\,043\,152$$

$$P = 0{,}02\ \mathrm{W} = 20\ \mathrm{mW}$$

$$P = I_R\cdot U \qquad P = 10\cdot 10^{-3}\cdot 2 \qquad P = 20\ \mathrm{mW}$$

- Jalový výkon Q:

$$Q = U\cdot I\cdot\sin\varphi \qquad Q = 2\cdot 21{,}32\cdot 10^{-3}\cdot\sin 62°\,01'\,40''$$

$$Q = 0{,}037\,66\ \mathrm{var} = 37{,}66\ \mathrm{mvar}$$

$$Q = I_C\cdot U \qquad Q = 18{,}84\cdot 10^{-3}\cdot 2 \qquad Q = 37{,}68\ \mathrm{mvar}$$

- Zdánlivý výkon S:

$$S = U\cdot I \qquad S = 2\cdot 21{,}32\cdot 10^{-3} \qquad S = 42{,}64\ \mathrm{mVA}$$

Nyní přistoupíme ke konstrukci fázorového diagramu:

– jelikož vycházíme z řídícího fázoru napětí, nejdříve zvolíme měřítko napětí např. $1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 0{,}4\ \mathrm{V}$ a pak přepočteme napěťovou hodnotu na hodnotu délkovou a narýsujeme fázor napětí U

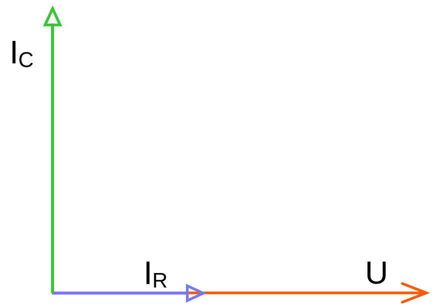
$$U = 2\ \mathrm{V} \Rightarrow |U| = \frac{2}{0{,}4} = 5\ \mathrm{cm}$$

– zvolíme měřítko proudu $1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 5\ \mathrm{mA}$, přepočteme hodnotu proudu tekoucího rezistorem na hodnotu délkovou a ve fázi s napětím narýsujeme fázor I_R:

$$I_R = 10\ \mathrm{mA} \Rightarrow |I_R| = \frac{10}{5} = 2\ \mathrm{cm}$$

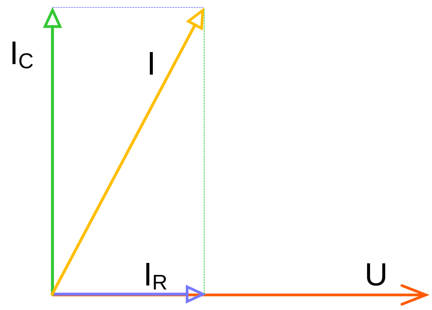
– dále přepočteme hodnotu proudu tekoucího kondenzátorem na hodnotu délkovou a narýsujeme fázor proudu I_C (o 90° před fázor proudu I_R):

$$I_C = 18{,}84\ \mathrm{mA} \Rightarrow |I_C| = \frac{18{,}84}{5} = 3{,}77\ \mathrm{cm}$$

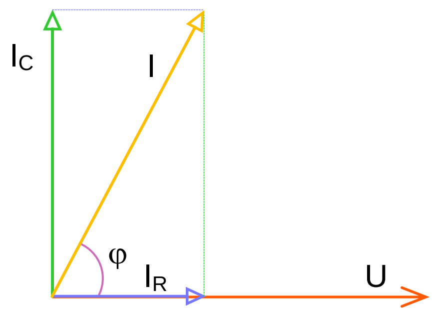


– vektorovým součtem proudů (doplněním na rovnoběžník) dostáváme proud I tekoucí ze zdroje:

$$\left(I = 21{,}32\ \mathrm{mA} \Rightarrow |I| = \frac{21{,}32}{5} = 4{,}26\ \mathrm{cm}\right)$$



– Nakonec označíme úhel φ mezi proudem a napětím ($\varphi = 62°\,01'\,40''$)



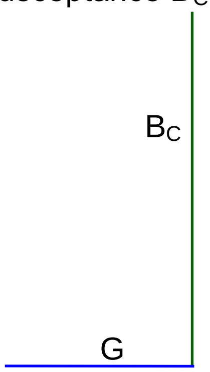
Dále nakreslíme admitanční trojúhelník:

– nejdříve zvolíme měřítko vodivostí $1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 2\ \mathrm{mS}$, přepočteme hodnotu vodivosti na hodnotu délkovou a narýsujeme úsečku vodivosti G

$$G = 5\ \mathrm{mS} \Rightarrow |G| = \frac{5}{2} = 2{,}5\ \mathrm{cm}$$

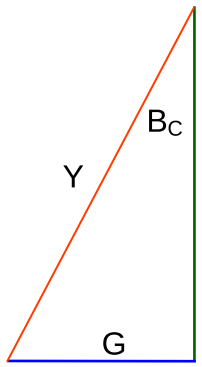
– dále přepočteme hodnotu kapacitní susceptance na hodnotu délkovou a narýsujeme na konec úsečky vodivosti G úsečku kapacitní susceptance B_C otočenou o 90° (ve směru proudu I_C)

$$B_C = 9{,}42\ \mathrm{mS} \Rightarrow |B_C| = \frac{9{,}42}{2} = 4{,}71\ \mathrm{cm}$$

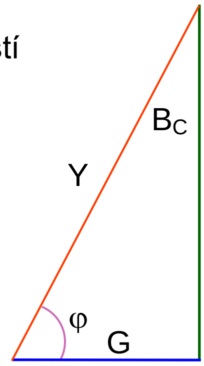


– poté spojíme počátek úsečky vodivosti a konec úsečky kapacitní susceptance a tím narýsujeme úsečku admitance Y

$$\left(\mathrm{Y} = 10{,}66\ \mathrm{mA} \Rightarrow |\mathrm{Y}| = \frac{10{,}66}{2} = 5{,}33\ \mathrm{cm}\right)$$



– nakonec znázorníme úhel φ mezi vodivostí a admitancí
($\varphi = 62°\ 01'\ 40''$)



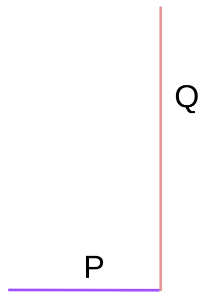
Nakonec nakreslíme trojúhelník výkonový:

– nejdříve opět zvolíme výkonové měřítko $1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 10\ \mathrm{mVA}$, přepočteme hodnotu činného výkonu na hodnotu délkovou a narýsujeme jeho úsečku

$$\mathrm{P} = 20\ \mathrm{mW} \Rightarrow |\mathrm{P}| = \frac{20}{10} = 2\ \mathrm{cm}$$

– přepočteme hodnotu jalového výkonu na hodnotu délkovou a narýsujeme na konec úsečky činného výkonu úsečku jalového výkonu otočenou o 90° (ve směru proudu I_C)

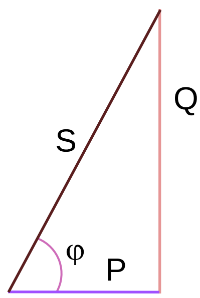
$$\mathrm{Q} = 37{,}68\ \mathrm{mvar} \Rightarrow |\mathrm{Q}| = \frac{37{,}68}{10} = 3{,}77\ \mathrm{cm}$$



– dále spojíme počátek úsečky činného a konec úsečky jalového výkonu, čímž narýsujeme úsečku výkonu zdánlivého

$$\left(\mathrm{S} = 42{,}64\ \mathrm{mVA} \Rightarrow |\mathrm{S}| = \frac{42{,}64}{10} = 4{,}26\ \mathrm{cm}\right)$$

nakonec znázorníme úhel φ mezi vodivostí a admitancí
($\varphi = 62°\ 01'\ 40''$)



POZNÁMKA:

Tento příklad si můžete prakticky ověřit na měřícím modulu číslo 5.

PRAKTICKÉ ÚLOHY

Úloha 1. 6. 2. 1.

Vypočtěte proud tekoucí ze zdroje střídavého napětí U = 1 V, 1 kHz do paralelního obvodu složeného z rezistoru s odporem R = 180 Ω a kondenzátoru s kapacitou C = 220 nF. Ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram, admitanční trojúhelník a trojúhelník výkonů.

Úloha 1. 6. 2. 2.

Vypočtěte proud tekoucí ze zdroje střídavého napětí U = 1 V, 10 kHz do paralelního obvodu složeného z rezistoru s odporem R = 0,39 kΩ a kondenzátoru s kapacitou C = 150 nF. Ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram, admitanční trojúhelník a trojúhelník výkonů.

1.6.3. Paralelní řazení L a C

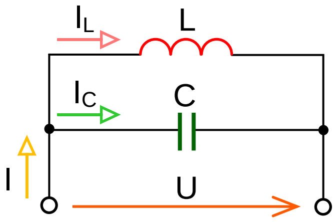
ČAS KE STUDIU

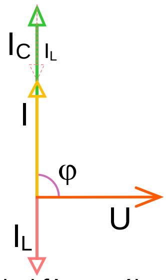
25 minut.

CÍL

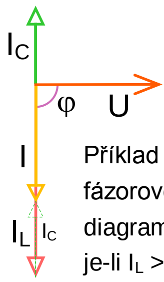
Pochopit poměry veličin střídavého proudu v paralelně řazeném obvodu s ideální cívkou a ideálním kondenzátorem.

VÝKLAD

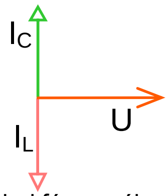




Příklad fázorového diagramu je-li $I_L < I_C$



Příklad fázorového diagramu je-li $I_L > I_C$



Příklad fázorového diagramu je-li $I_L = I_C$ (obvod je v rezonanci)

Paralelní řazení ideální cívky s indukčností L a ideálního kondenzátoru s kapacitou C je na obrázku.

POZNÁMKA:

Ve skutečných obvodech je tato kombinace nemožná, protože nemůžeme zanedbat parazitní parametry prvků – především ohmický odpor vinutí cívky R_L.

Obvodem po připojení ke zdroji střídavého sinusového napětí U začne procházet střídavý sinusový proud I. Tento proud se rozdělí na proud procházející cívkou I_L, který se za napětím zdroje zpožďuje o 90° a na proud procházející kondenzátorem I_C, který napětí zdroje předbíhá o 90°. Vektorový součet těchto proudů je roven proudu zdroje, který buď předbíhá, nebo se zpožďuje za napětím zdroje o úhel φ = 90° a to podle velikosti proudů tekoucích cívkou a kondenzátorem. Je-li velikost proudu tekoucího cívkou větší než proud tekoucí kondenzátorem ($I_L > I_C$), bude se výsledný proud za napětím zdroje zpožďovat a naopak bude-li větší proud tekoucí kondenzátorem ($I_C > I_L$), bude proud napětí zdroje předbíhat.

POZNÁMKA:

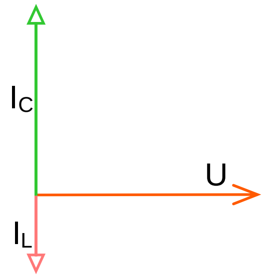
Budou-li velikosti proudů tekoucích cívkou a kondenzátorem stejné, říkáme, že je obvod v rezonanci – rezonance není součástí tohoto textu.

Konstrukce fázorového diagramu opět vychází z řídícího fázoru (u paralelního řazení je to fázor napětí):

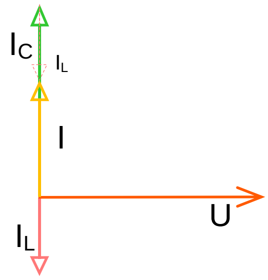
– ve vhodném měřítku narýsujeme fázor napětí U

– o 90° za fázor napětí narýsujeme (v proudovém měřítku) fázor proudu tekoucího cívkou I_L o 90°

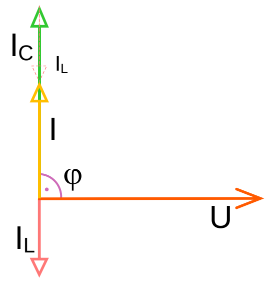
– o 90° před fázor napětí narýsujeme fázor proudu tekoucího kondenzátorem I_C (opět v proudovém měřítku)



– vektorovým součtem proudů tekoucích cívkou a kondenzátorem (jejich odečtením) dostáváme fázor proudu I tekoucího ze zdroje

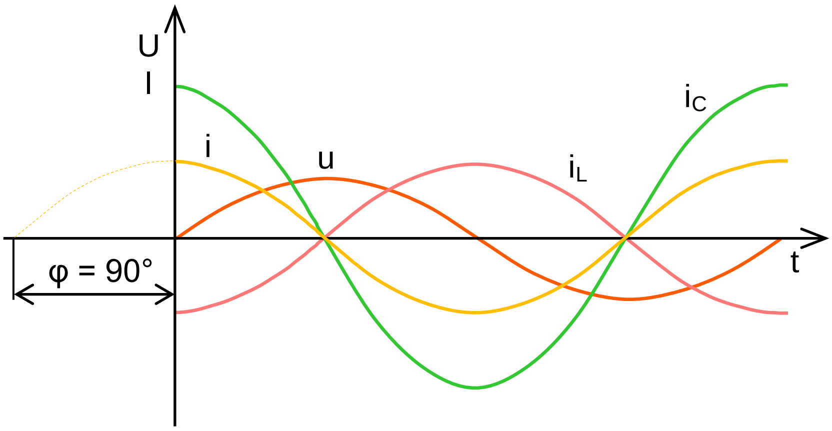


– nakonec označíme úhel φ = 90° mezi napětím a proudem



Z fázorového diagramu je patrné, že proudy tekoucí cívkou a kondenzátorem jsou v protifázi a proud ze zdroje je dán jejich rozdílem $I = I_C - I_L$.

Průběh okamžité hodnoty napětí a okamžitých hodnot jednotlivých proudů je na obrázku (pro $I_C > I_L$ proud předbíhá napětí o úhel $\varphi = 90°$). Okamžitá hodnota proudu je dána součtem (rozdílem) okamžitých hodnot proudů tekoucích cívkou a kondenzátorem.



Vydělíme-li fázory proudů řídícím fázorem napětí, dostaneme indukční a kapacitní susceptanci a admitanci:

$$\frac{\mathrm{I_C}}{\mathrm{U}} = \mathrm{B_C};\ \frac{\mathrm{I_L}}{\mathrm{U}} = \mathrm{B_L};\ \frac{\mathrm{I}}{\mathrm{U}} = \mathrm{Y} \Rightarrow \mathrm{Y} = B_C - B_L.$$

Vynásobíme-li rozdíl fázorů proudů na cívce a na kondenzátoru řídícím fázorem napětí, dostaneme jalový výkon, který se „přelévá“ mezi zdrojem, magnetickým polem cívky a elektrickým polem kondenzátoru:

$(I_C - I_L) \cdot U = Q.$

$\boxed{\Sigma}$ SHRNUTÍ POJMŮ

Fázový posun proudu a napětí na paralelním L, C obvodu, fázorový diagram.

$\boxed{?}$ OTÁZKY

Jaký je fázový posun proudu a napětí na paralelním L, C obvodu?

1.6.4. Paralelní řazení R a L a C

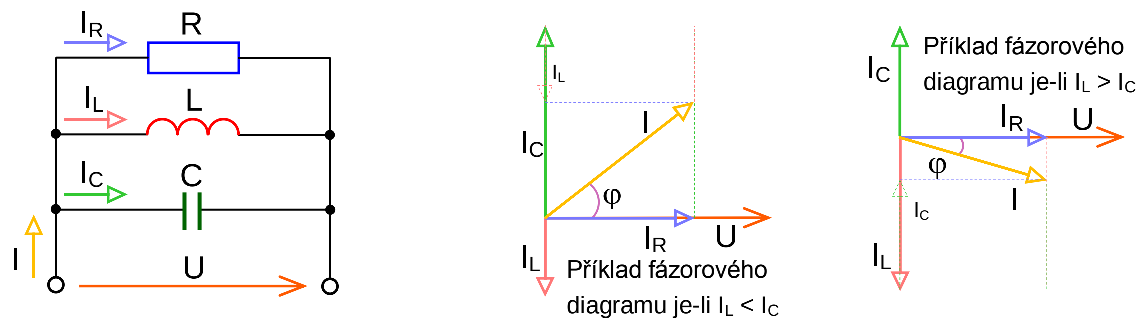
ČAS KE STUDIU

60 minut + 45 minut řešený příklad.

CÍL

Pochopit poměry veličin střídavého proudu v paralelně řazeném obvodu s ideálním rezistorem, ideální cívkou a ideálním kondenzátorem.

VÝKLAD

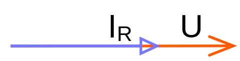


Paralelní řazení ideálního rezistoru s elektrickým odporem R, ideální cívky s indukčností L a ideálního kondenzátoru s kapacitou C je na obrázku. Obvodem po připojení ke zdroji střídavého sinusového napětí U začne procházet střídavý sinusový proud I. Tento proud se rozdělí na proud tekoucí rezistorem I_R, který je ve fázi s napětím, na proud tekoucí cívkou I_L, který se zpožďuje za napětím o 90°a na proud tekoucí kondenzátorem I_C, který předbíhá napětí o 90°. Vektorový součet těchto proudů je roven proudu ze zdroje. Bude-li proud tekoucí cívkou větší než proud tekoucí kondenzátorem ($I_L > I_C$), bude se proud ze zdroje zpožďovat za napětím o úhel φ, naopak bude-li proud tekoucí cívkou menší než proud tekoucí kondenzátorem ($I_L < I_C$), bude proud ze zdroje předbíhat před napětí o úhel φ.

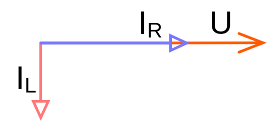
Konstrukce fázorového diagramu opět vychází z řídícího fázoru (u paralelního řazení je to fázor napětí):

– ve vhodném měřítku narýsujeme fázor napětí U

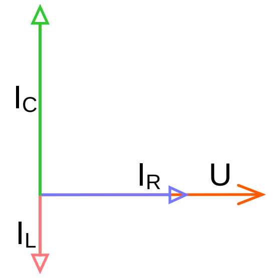
– ve fázi s tímto napětím narýsujeme (v proudovém měřítku) proud tekoucí rezistorem I_R



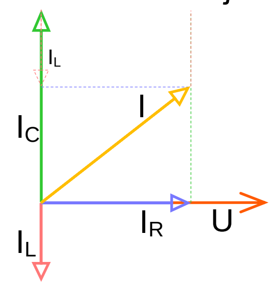
– o 90° za fázor napětí narýsujeme fázor proudu tekoucího cívkou I_L (opět v proudovém měřítku)



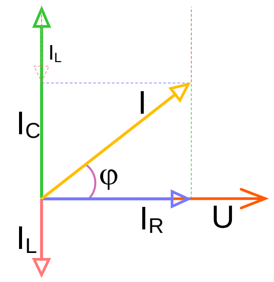
– o 90° před fázor napětí narýsujeme fázor proudu tekoucího kondenzátorem I_C (opět v proudovém měřítku)



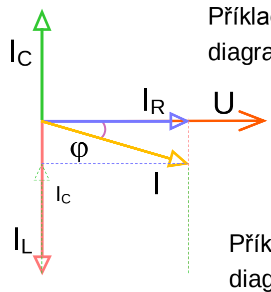
– vektorovým součtem proudů tekoucích rezistorem, cívkou a kondenzátorem (doplněním na rovnoběžník) dostáváme fázor proudu I tekoucího ze zdroje



– nakonec označíme úhel φ mezi napětím a proudem

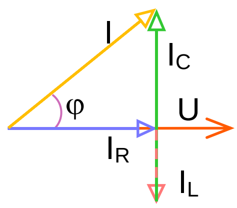


Obdobně bychom opět mohli zkonstruovat fázorový diagram pro $I_L > I_C$ a také bychom mohli fázorový diagram zkonstruovat pomocí přesouvání jednoho fázoru na konec fázoru druhého:

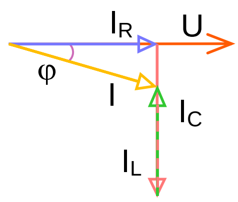


Příklad fázorového diagramu je-li $I_L > I_C$

Příklad fázorového diagramu je-li $I_L < I_C$



Příklad fázorového diagramu je-li $I_L < I_C$



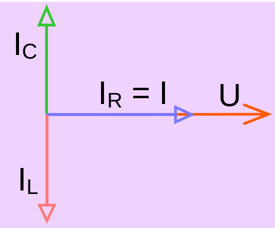
Příklad fázorového diagramu je-li $I_L > I_C$

POZNÁMKA:

Postup konstrukce fázorového diagramu také naleznete ve výukové prezentaci číslo 7.

POZNÁMKA:

Budou-li velikosti proudů tekoucích cívkou a kondenzátorem stejné, říkáme, že je obvod v rezonanci – rezonance není součástí tohoto textu.

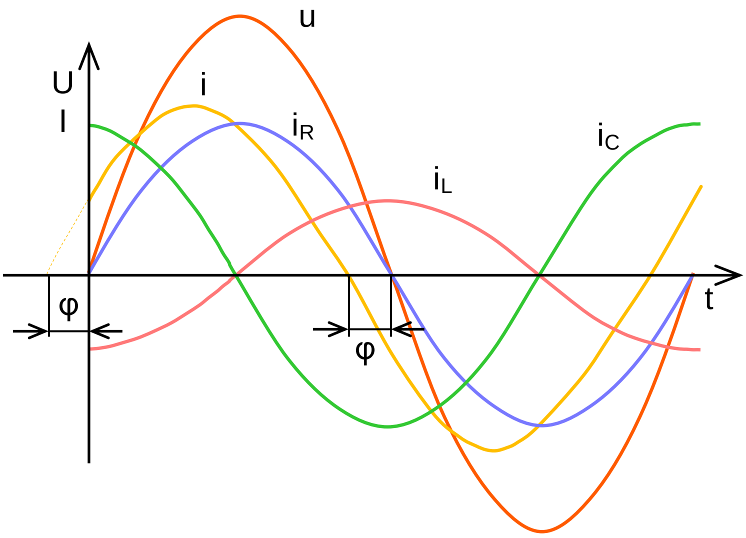


Z fázorového diagramu je patrné, že trojúhelník proudů I_R, $(I_L - I_C)$ a I je pravoúhlý a platí pro něj Pythagorova věta a goniometrické funkce. Můžeme tedy napsat rovnice:

$$I^2 = I_R^2 + (I_L - I_C)^2 \Rightarrow I = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2};$$

$$\cos\varphi = \frac{I_R}{I};\ \sin\varphi = \frac{I_L - I_C}{I};\ \mathrm{tg}\,\varphi = \frac{I_L - I_C}{I_R}.$$

Průběh okamžité hodnoty napětí a okamžitých hodnot jednotlivých proudů pro případ $I_C > I_L$ je na obrázku. Proud předbíhá napětí o úhel φ. Okamžitá hodnota proudu je dána součtem okamžitých hodnot proudů tekoucích rezistorem, cívkou a kondenzátorem.



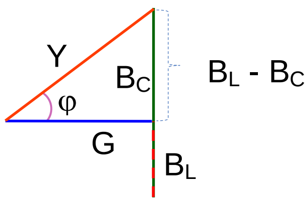
Vydělíme-li fázory proudů řídícím fázorem napětí, dostaneme parametry admitančního trojúhelníku:

$$\frac{I_R}{U} = G;\ \frac{I_L}{U} = B_L;\ \frac{I_C}{U} = B_C;\ \frac{I}{U} = Y.$$

Nakreslíme-li ve vhodném měřítku admitanční trojúhelník, zjistíme, že se jedná o trojúhelník podobný trojúhelníku proudů (ve fázorovém diagramu). Opět tedy platí rovnice:

$$Y^2 = G^2 + (B_L - B_C)^2 \Rightarrow Y = \sqrt{G^2 + (B_L - B_C)^2};$$

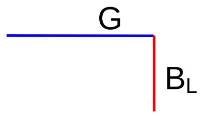
$$\cos\varphi = \frac{G}{Y};\ \sin\varphi = \frac{B_L - B_C}{Y};\ \mathrm{tg}\,\varphi = \frac{B_L - B_C}{G}.$$



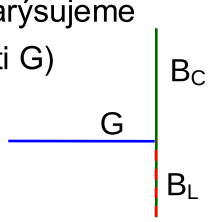
Konstrukce admitančního trojúhelníku:

- nejdříve narýsujeme ve vhodném měřítku úsečku vodivosti G

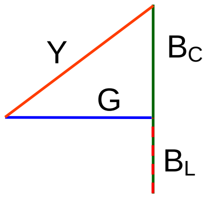
- dále narýsujeme úsečku indukční susceptance B_L otočenou o 90° (ve směru proudu I_L)



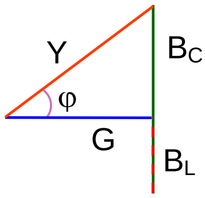
- na konec úsečky indukční susceptance B_L ve směru proudu I_C narýsujeme úsečku kapacitní susceptance B_C (otočenou o 90°oproti vodivosti G)

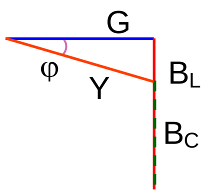


- poté spojíme počátek úsečky vodivosti a konec úsečky kapacitní susceptance a tím narýsujeme úsečku admitance Y



- nakonec znázorníme úhel φ mezi vodivostí a admitancí





Příklad admitančního trojúhelníku je-li $I_L > I_C$

Vynásobíme-li fázory proudů řídícím fázorem napětí, dostaneme parametry výkonového trojúhelníku:

$I_R \cdot U = P$; $(I_L - I_C) \cdot U = Q$; $I \cdot U = S$.

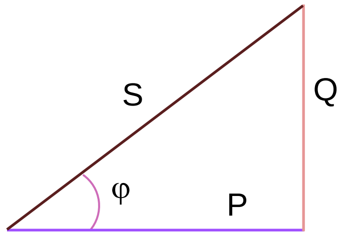
Dosadíme-li opět za I_R a $(I_L - I_C)$ z goniometrických funkcí fázorového diagramu ($I_R = I \cdot \cos\varphi$ a $(I_L - I_C) = I \cdot \sin\varphi$), pak dostaneme známé vztahy pro činný a jalový výkon ve tvaru: $P = U \cdot I \cdot \cos\varphi$; $Q = U \cdot I \cdot \sin\varphi$.

Také ve výkonovém trojúhelníku platí rovnice:

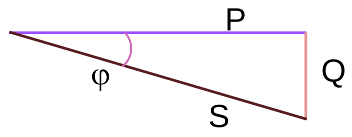
$$S^2 = P^2 + Q^2 \Longrightarrow S = \sqrt{P^2 + Q^2};$$

$$\cos\varphi = \frac{P}{S};\ \sin\varphi = \frac{Q}{S};\ \text{tg}\,\varphi = \frac{Q}{P}.$$

Výkonový trojúhelník je opět trojúhelník podobný s trojúhelníkem fázorového diagramu (a tedy i trojúhelníkem admitančním).



Příklad výkonového trojúhelníku je-li $I_L < I_C$



Příklad výkonového trojúhelníku je-li $I_L > I_C$

SHRNUTÍ POJMŮ

Fázový posun proudu a napětí na paralelním R, L, C obvodu, fázorový diagram, admitanční trojúhelník, výkonový trojúhelník.

OTÁZKY

Jaký je fázový posun proudu a napětí na paralelním R, L, C obvodu?

ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

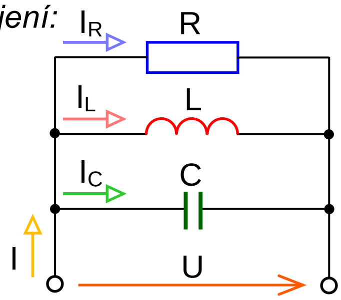
Příklad 1.6.4.1.

Zadání:

Vypočtěte proud tekoucí ze zdroje střídavého napětí U = 2 V, 200 Hz do paralelního obvodu složeného z rezistoru s odporem R = 47 Ω, cívky s indukčností L = 10 mH a kondenzátoru s kapacitou C = 47 μF. Vypočtěte též složky výkonu odebíraného ze zdroje, parametry admitančního trojúhelníku a fázový posun mezi proudem a napětím. Ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram, admitanční trojúhelník a trojúhelník výkonů.

Řešení:

Schéma zapojení:

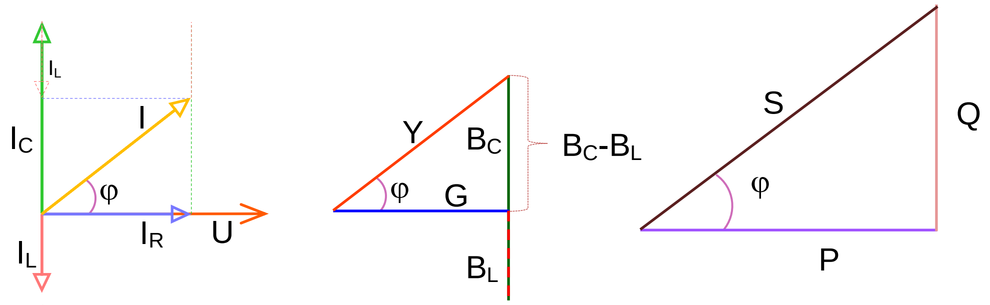


Vyjádření zadání:

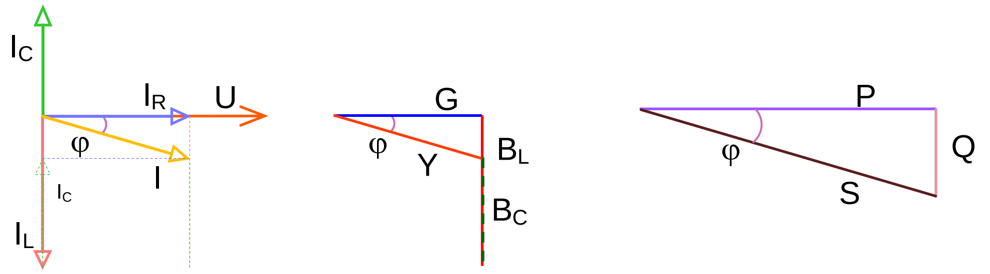
R = 47 Ω	Y = ?
L = 10 mH = 0,01 H	I = ?
C = 47 μF = 47 · 10^{-6} F	B_C, B_L = ?
U = 2 V	P, Q, S = ?
f = 200 Hz	φ = ?

Předpokládaný tvar fázorového diagramu, admitančního trojúhelníku a trojúhelníku výkonů:

Bude-li $I_C > I_L$



Bude-li $I_C < I_L$



Vlastní výpočet:

Nejprve vypočteme vodivost rezistoru:

$G = \frac{1}{R}$ $\qquad G = \frac{1}{47}$ $\qquad G = 0{,}02128\ \mathrm{S} = 21{,}28\ \mathrm{mS}$

Poté vypočteme indukční a kapacitní susceptance:

$B_L = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot L}$ $\qquad B_L = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 200 \cdot 0{,}01}$ $\qquad B_L = 0{,}079\,58\ \mathrm{S} = 79{,}58\ \mathrm{mS}$

$B_C = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot C$ $\qquad B_C = 2 \cdot \pi \cdot 200 \cdot 47 \cdot 10^{-6}$ $\qquad B_C = 0{,}059\,06\ \mathrm{S} = 59{,}06\ \mathrm{mS}$

Pokračujeme výpočtem admitance:

$Y = \sqrt{G^2 + (B_L - B_C)^2}$ $\qquad Y = \sqrt{(21{,}28 \cdot 10^{-3})^2 + (79{,}58 \cdot 10^{-3} - 59{,}06 \cdot 10^{-3})^2}$

$Y = 29{,}56\ \mathrm{mS}$

Dále z hodnoty admitance Y a ze zadaného svorkového napětí U vypočteme celkový proud I [A] odebíraný ze zdroje:

$I = U \cdot Y$ $\qquad I = 2 \cdot 29{,}56 \cdot 10^{-3}$ $\qquad I = 59{,}12\ \mathrm{mA}$

Vypočteme fázový posun mezi proudem a napětím (použijeme vztah pro některou goniometrickou funkci pro admitanční trojúhelník např. cos):

$\cos\varphi = \frac{G}{Y}$ $\qquad \cos\varphi = \frac{0{,}021\,28}{0{,}029\,56}$ $\qquad \cos\varphi = 0{,}719\,8917\,456$

$\varphi = 43°\,57'\,16''$

Vypočteme proudy tekoucí jednotlivými větvemi obvodu (rezistorem I_R, cívkou I_L

a kondenzátorem I_C):

$I_R = G \cdot U$ $\quad$ $I_R = 21{,}28 \cdot 10^{-3} \cdot 2$ $\quad$ $I_R = 42{,}56\ \mathrm{mA}$

$I_L = B_L \cdot U$ $\quad$ $I_L = 79{,}58 \cdot 10^{-3} \cdot 2$ $\quad$ $I_L = 159{,}16\ \mathrm{mA}$

$I_C = B_C \cdot U$ $\quad$ $I_C = 59{,}06 \cdot 10^{-3} \cdot 2$ $\quad$ $I_C = 118{,}12\ \mathrm{mA}$

Vypočteme hodnoty výkonů:
- Činný výkon P:

$P = U \cdot I \cdot \cos\varphi$ $\quad$ $P = 2 \cdot 59{,}12 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}719\,8917\,456$

$P = 0{,}085\,12\mathrm{W} = 85{,}12\ \mathrm{mW}$

$P = I_R \cdot U$ $\quad$ $P = 42{,}56 \cdot 10^{-3} \cdot 2$ $\quad$ $P = 85{,}12\ \mathrm{mW}$

- Jalový výkon Q:

$Q = U \cdot I \cdot \sin\varphi$ $\quad$ $Q = 2 \cdot 59{,}12 \cdot 10^{-3} \cdot \sin 43°\,57'\,16''$

$Q = 0{,}082\,07\ \mathrm{var} = 82{,}07\ \mathrm{mvar}$

$Q = |I_L - I_C| \cdot U$ $\quad$ $Q = |159{,}16 \cdot 10^{-3} - 118{,}12 \cdot 10^{-3}| \cdot 2$

$Q = 82{,}08\ \mathrm{mvar}$

- Zdánlivý výkon S:

$S = U \cdot I$ $\quad$ $S = 2 \cdot 59{,}12 \cdot 10^{-3}$ $\quad$ $S = 118{,}24\ \mathrm{mVA}$

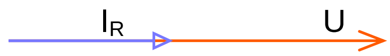
Nyní přistoupíme ke konstrukci fázorového diagramu (pro obměnu použijeme metodu přesouvání fázorů):

– jelikož vycházíme z řídícího fázoru napětí, nejdříve zvolíme měřítko napětí např. $1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 0{,}4\ \mathrm{V}$ a pak přepočteme napěťovou hodnotu na hodnotu délkovou a narýsujeme fázor napětí U

$$U = 2\ \mathrm{V} \Rightarrow |U| = \frac{2}{0{,}4} = 5\ \mathrm{cm}$$

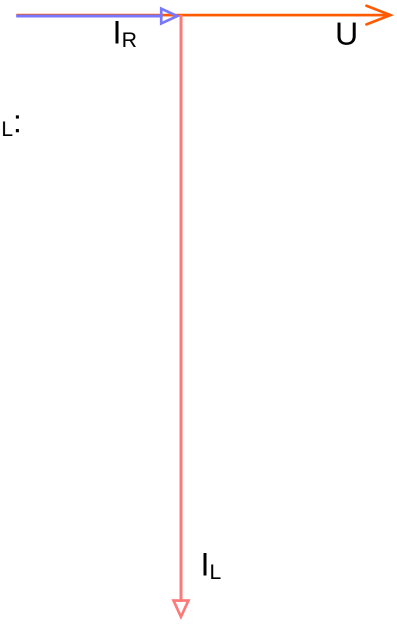
– zvolíme měřítko proudu $1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 20\ \mathrm{mA}$, přepočteme hodnotu proudu tekoucího rezistorem na hodnotu délkovou a ve fázi s napětím narýsujeme fázor I_R:

$$I_R = 42{,}56\ \mathrm{mA} \Rightarrow |I_R| = \frac{42{,}56}{20} = 2{,}13\ \mathrm{cm}$$



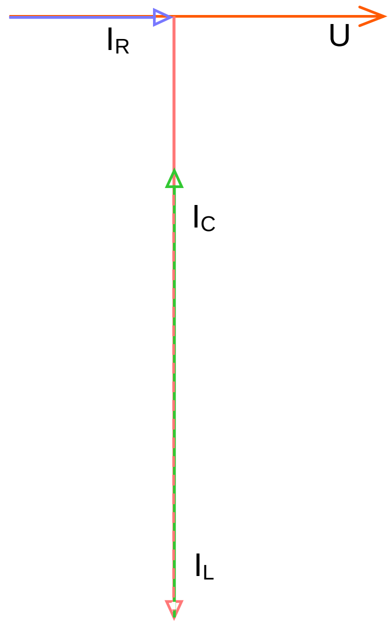
– dále přepočteme hodnotu proudu tekoucího cívkou na hodnotu délkovou a na konec fázoru I_R o 90° za fázor napětí narýsujeme fázor proudu I_L:

$$I_L = 159{,}16 \text{ mA} \Rightarrow |I_L| = \frac{159{,}16}{20} = 7{,}96 \text{ cm}$$



– dále přepočteme hodnotu proudu tekoucího kondenzátorem na hodnotu délkovou a na konec fázoru proudu I_L narýsujeme fázor proudu I_C (o 180° před fázor proudu I_L):

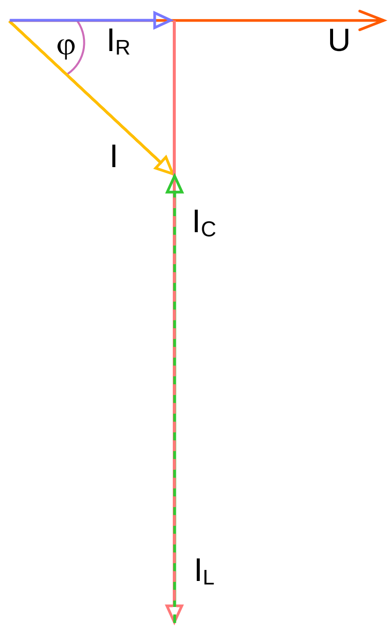
$$I_C = 118{,}12 \text{ mA} \Rightarrow |I_C| = \frac{118{,}12}{20} = 5{,}91 \text{ cm}$$



– vektorovým součtem proudů, tedy narýsováním spojnice počátku a konce posledního fázoru proudu (I_C) dostáváme proud I tekoucí ze zdroje:

$$\left(I = 59{,}12 \text{ mA} \Rightarrow |I| = \frac{59{,}12}{20} = 2{,}96 \text{ cm}\right)$$

– Nakonec označíme úhel φ mezi proudem a napětím
($\varphi = 43° 57' 16''$)



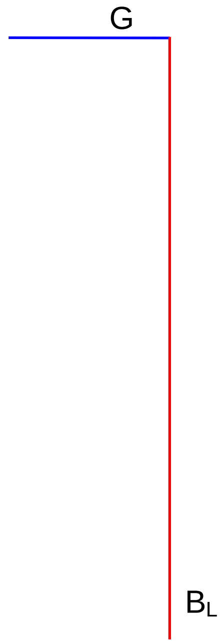
Dále nakreslíme admitanční trojúhelník:

– nejdříve zvolíme měřítko vodivostí $1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 10\ \mathrm{mS}$, přepočteme hodnotu vodivosti na hodnotu délkovou a narýsujeme úsečku vodivosti G

$$\mathrm{G} = 21{,}28\ \mathrm{mS} \Rightarrow |\mathrm{G}| = \frac{21{,}28}{10} = 2{,}13\ \mathrm{cm}$$

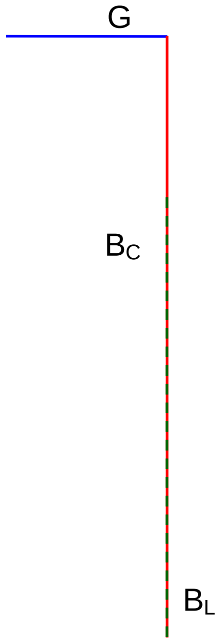
– dále přepočteme hodnotu indukční susceptance na hodnotu délkovou a narýsujeme na konec úsečky vodivosti G úsečku indukční susceptance B_L otočenou o 90° (ve směru proudu I_L)

$$\mathrm{B_L} = 79{,}58\ \mathrm{mS} \Rightarrow |\mathrm{B_L}| = \frac{79{,}58}{10} = 7{,}96\ \mathrm{cm}$$



– přepočteme hodnotu kapacitní susceptance na hodnotu délkovou a narýsujeme na konec úsečky indukční susceptance B_L úsečku kapacitní susceptance B_C, taktéž otočenou o 90°proti vodivosti G (ve směru proudu I_C, tedy o 180°proti B_C)

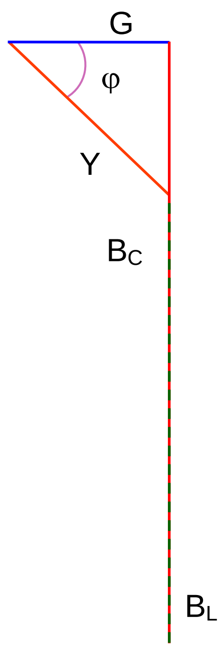
$$\mathrm{B_C} = 59{,}06\ \mathrm{mS} \Rightarrow |\mathrm{B_C}| = \frac{59{,}06}{10} = 5{,}91\ \mathrm{cm}$$



– poté spojíme počátek úsečky vodivosti a konec úsečky kapacitní susceptance a tím narýsujeme úsečku admitance Y

$$\left(\mathrm{Y} = 29{,}56\ \mathrm{mA} \Rightarrow |\mathrm{Y}| = \frac{29{,}56}{10} = 2{,}96\ \mathrm{cm}\right)$$

– nakonec znázorníme úhel φ mezi vodivostí a admitancí (φ = 43° 57´ 16´´)



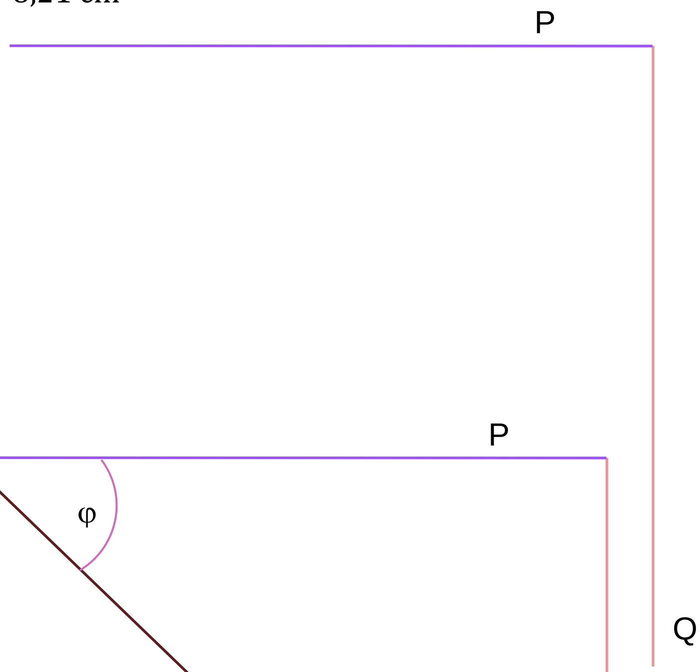
Naposled nakreslíme trojúhelník výkonový:

– nejdříve zvolíme výkonové měřítko $1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 10\ \mathrm{mVA}$, přepočteme hodnotu činného výkonu na hodnotu délkovou a narýsujeme jeho úsečku

  $\mathrm{P} = 85{,}12\ \mathrm{mW} \Rightarrow |\mathrm{P}| = \dfrac{85{,}12}{10} = 8{,}51\ \mathrm{cm}$

– přepočteme na hodnotu délkovou hodnotu jalového výkonu a narýsujeme úsečku jalového výkonu otočenou o 90° (ve směru proudu I_L – je větší než I_C)

  $\mathrm{Q} = 82{,}08\ \mathrm{mvar} \Rightarrow |\mathrm{Q}| = \dfrac{82{,}08}{10} = 8{,}21\ \mathrm{cm}$

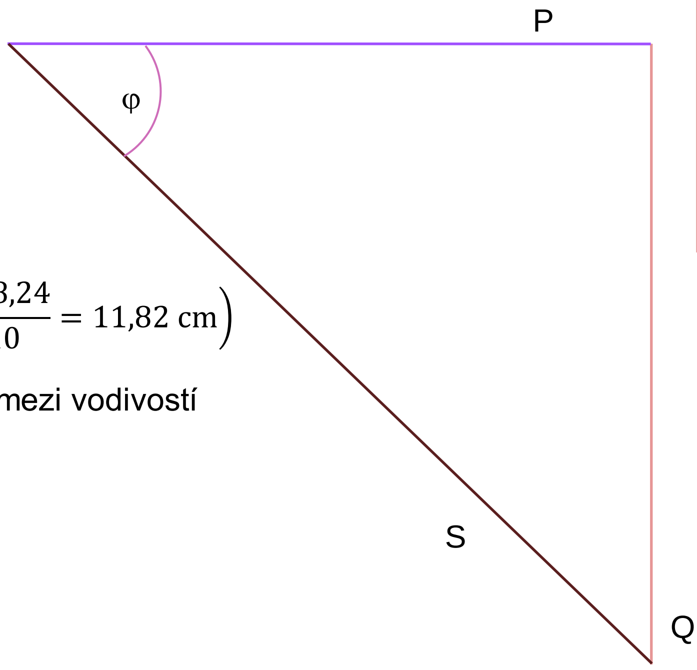


– dále spojíme počátek úsečky činného a konec úsečky jalového výkonu, čímž narýsujeme úsečku výkonu zdánlivého

  $\left(\mathrm{S} = 118{,}24\ \mathrm{mVA} \Rightarrow |\mathrm{S}| = \dfrac{118{,}24}{10} = 11{,}82\ \mathrm{cm}\right)$

– nakonec znázorníme úhel φ mezi vodivostí a admitancí

  (φ = $36°\ 48'\ 45''$)



POZNÁMKA:

Tento příklad si můžete prakticky ověřit na měřícím modulu číslo 6.

PRAKTICKÉ ÚLOHY

Úloha 1. 6. 3. 1.

Vypočtěte proud tekoucí ze zdroje střídavého napětí U = 1 V, 4,5 kHz do paralelního obvodu složeného z rezistoru s odporem R = 470 Ω, cívky s indukčností L = 4,7 mH a kondenzátoru s kapacitou C = 220 nF. Ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram, admitanční trojúhelník a trojúhelník výkonů.

Úloha 1. 6. 3. 2.

Vypočtěte proud tekoucí ze zdroje střídavého napětí U = 100 mV, 5 kHz do paralelního obvodu složeného z rezistoru s odporem R = 10 kΩ, cívky s indukčností L = 200 mH a kondenzátoru s kapacitou C = 4,7 nF. Ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram, admitanční trojúhelník a trojúhelník výkonů.

1.7. Sérioparalelní řazení prvků R, L, C

Má-li obvod alespoň dvě větve a je-li alespoň v jedné větvi více prvků, mluvíme o obvodu sérioparalelním. Tedy o sérioparalelním zapojení elektrického obvodu mluvíme tehdy, skládá-li se obvod z více prvků, přičemž některé prvky obvodu jsou vůči sobě sériově a některé paralelně. Opět platí, že částí obvodu, která je řazena sériově, protéká stejný proud a na části obvodu, která je řazena paralelně, je stejné napětí.

Takovéto obvody musíme při řešení postupně zjednodušovat, až dostaneme čistě sériový obvod a z něj vypočteme celkovou impedanci, nebo až dostaneme čistě paralelní obvod a z něj pak vypočteme celkovou admitanci.

Tyto obvody můžeme také řešit tzv. symbolickou metodou tedy použitím impedancí jednotlivých větví v komplexním tvaru a následným zjednodušením na celkovou impedanci obvodu za použití pravidel pro sériově a paralelně řazené impedance (tato metoda je vhodnější pro velice složité obvody).

POZNÁMKA:

I v této kapitole budeme považovat všechny prvky elektrického obvodu za ideální (jejich parazitní vlastnosti jsou zanedbány).

1.7.1. Přepočet sériového obvodu na paralelní

POZNÁMKA:

Původní sériový obvod a náhradní paralelní obvod jsou naprosto rovnocenné a nazýváme je duální obvody.


ČAS KE STUDIU

40 minut teoretická příprava + 25 minut řešený příklad.

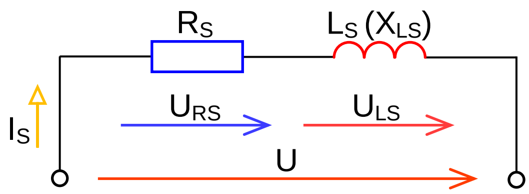

CÍL

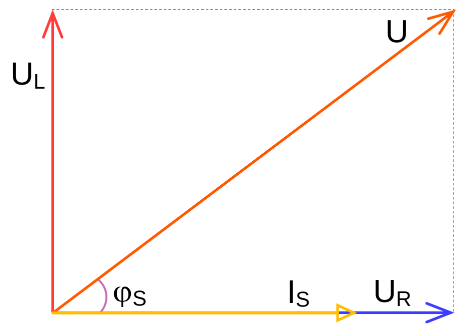
Pochopit nahrazení sériově řazeného ideálního rezistoru a ideální reaktance (indukční nebo kapacitní) duálním obvodem paralelním opět s ideálním rezistorem a ideální reaktancí (indukční nebo kapacitní).

POJMY K ZAPAMATOVÁNÍ

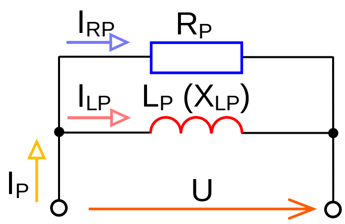
Duální obvody = sériový a paralelní obvod, které se navenek chovají stejně, neboli jsou rovnocenné, jejich impedance a fázový posun jsou stejné, ale parametry (R a X) sériového a náhradního paralelního obvodu jsou rozdílné ($R_S \neq R_P$ a $X_S \neq X_P$)

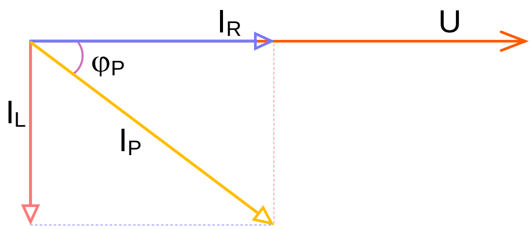
VÝKLAD





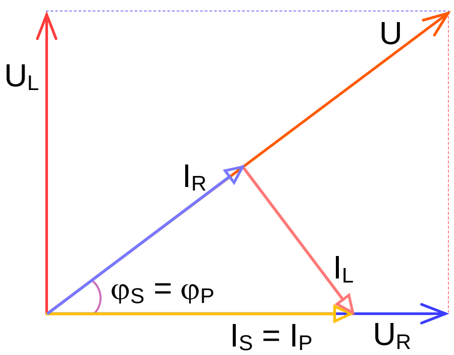
Sériový obvod složený z rezistoru s odporem R_S a cívky s indukční reaktancí X_{LS} nahradíme paralelním obvodem složeným z rezistoru s odporem R_P a cívky s indukční reaktancí X_{LP}.





Z fázorových diagramů je patrné (jsou kresleny ve stejných napěťových i ve stejných proudových měřítkách), že po připojení ke zdroji se stejným napětím začne oběma obvody procházet stejný proud. Stejně tak je patrné, že i fázový posun mezi proudem a napětím jsou u duálních obvodů stejné. Můžeme tedy psát: $I_S = I_P$ a $\varphi_S = \varphi_P$.

Můžeme také oba fázorové diagramy sloučit do sebe. Vyjdeme z fázorového diagramu původního sériového obvodu a dokreslíme fázory proudů tekoucích prvky náhradního paralelního obvodu. Proud tekoucí rezistorem R_P je ve fázi s napětím zdroje a proud tekoucí cívkou L_P se za napětím zpožďuje o 90°.



Z rovností proudů I_S a I_P vyplývá, že i impedance a admitance obou obvodů musí být také stejné:

$$\frac{U}{I_S} = Z_S = \frac{U}{I_P} = Z_P \qquad \frac{I_S}{U} = Y_S = \frac{I_P}{U} = Y_P$$

Na základě těchto rovností pak můžeme odvodit hodnoty parametrů náhradního paralelního obvodu:

$$Z_S = \sqrt{R_S^2 + X_{LS}^2} \qquad Y_S = \frac{1}{Z_S} = Y_P \qquad \varphi_S = \mathrm{arctg}\frac{X_{LS}}{R_S} = \varphi_P$$

$$G_P = Y_P \cdot \cos\varphi_P \qquad R_P = \frac{1}{G_P}$$

$$B_{LP} = Y_P \cdot \sin\varphi_P \qquad X_{LP} = \frac{1}{B_{LP}} \qquad L_P = \frac{X_{LP}}{2\cdot\pi\cdot f}$$

POZNÁMKA:

Hodnoty přepočtených parametrů náhradního obvodu vyhovují jen pro zadanou frekvenci napětí zdroje.

Dosazením a matematickou úpravou dostaneme vztahy pro přepočet parametrů sériového obvodu na obvod paralelní ve tvaru:

$$R_P = \frac{1}{G_P} = \frac{1}{Y_P \cdot \cos\varphi_P} = \frac{1}{\frac{1}{Z_P}\cdot\cos\varphi_P} = \frac{Z_S}{\cos\varphi_S} = \frac{Z_S}{\frac{R_S}{Z_S}} = \frac{Z_S^2}{R_S} = \frac{\left(\sqrt{R_S^2 + X_{LS}^2}\right)^2}{R_S} = \frac{R_S^2 + X_{LS}^2}{R_S}$$

$$X_{LP} = \frac{1}{B_{LP}} = \frac{1}{Y_P \cdot \sin\varphi_P} = \frac{1}{\frac{1}{Z_P}\cdot\sin\varphi_S} = \frac{Z_S}{\sin\varphi_S} = \frac{Z_S}{\frac{X_{LS}}{Z_S}} = \frac{Z_S^2}{X_{LS}} = \frac{\left(\sqrt{R_S^2 + X_{LS}^2}\right)^2}{X_{LS}} = \frac{R_S^2 + X_{LS}^2}{X_{LS}}$$

POZNÁMKA:

Obdobným způsobem bychom mohli odvodit vztahy pro přepočet sériového obvodu R_S, C_S (X_{CS}) na náhradní paralelní obvod R_P, C_P (X_{CP}):

$$R_P = \frac{R_S^2 + X_{CS}^2}{R_S} \qquad X_{CP} = \frac{R_S^2 + X_{CS}^2}{X_{CS}}$$

Výpočet parametrů fázorových diagramů probíhá stejně jako u sériového obvodu (R_S, L_S) a jako u paralelního obvodu (R_P, L_P) :

$$U_{RS} = R_S \cdot I \qquad U_{LS} = X_{LS} \cdot I$$

$$I_{RP} = G_P \cdot U = \frac{U}{R_P} \qquad I_{LP} = B_{LP} \cdot U = \frac{U}{X_{LP}}$$

POZNÁMKA:

Přepočet sériového obvodu na paralelní najdete ve výukové prezentaci číslo 8.

SHRNUTÍ POJMŮ

Duální obvody, přepočet parametrů sériového obvodu na parametry náhradního paralelního obvodu.

OTÁZKY

Které veličiny duálních obvodů jsou identické a které ne?

ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

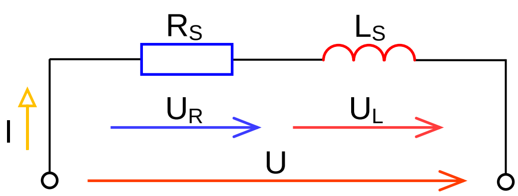
Příklad 1.7.1.1.

Zadání:

Vypočtěte parametry náhradního paralelního obvodu k obvodu sériovému složenému z rezistoru s odporem R = 1 kΩ a cívky s indukčností L = 12 mH, připojenému na zdroj střídavého napětí U = 2 V, 10 kHz. Vypočtěte též odebíraný elektrický proud a fázový posun mezi proudem a napětím a výkon odebíraný ze zdroje. Dále ve vhodném měřítku nakreslete fázorové diagramy pro oba obvody a impedanční trojúhelník původního obvodu a admitanční trojúhelník obvodu náhradního.

Řešení:

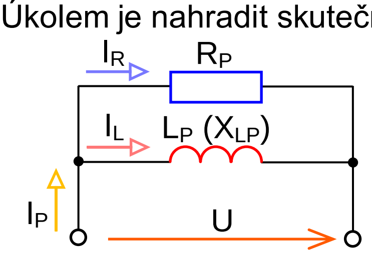
Schéma zapojení:



Vyjádření zadání:

R_S = 1 kΩ = 1 000 Ω	R_P, L_P = ?
L_S = 12 mH = 0,012 H	I = ?
U = 2 V	φ = ?
f = 10 kHz = 10 000 Hz	P, Q, S = ?
	X_{LS}, Z_S, Y_P = ?
	G_P, B_{LP} = ?
	U_R, U_L = ?
	I_R, I_L = ?

Úkolem je nahradit skutečný sériový obvod náhradním paralelním obvodem:



Nejdříve vlastní přepočet parametrů.

Vypočteme indukční reaktanci cívky původního sériového obvodu:

$X_{LS} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$ $\quad X_{LS} = 2 \cdot \pi \cdot 10\,000 \cdot 0{,}012$ $\quad X_{LS} = 753{,}98\ \Omega$

Pak můžeme vypočíst impedanci původního sériového obvodu:

$Z_S = \sqrt{R_S^2 + X_{LS}^2}$ $\quad Z_S = \sqrt{1\,000^2 + 753{,}98^2}$ $\quad Z_S = 1\,252{,}39\ \Omega$

Admitanci paralelního náhradního obvodu vypočteme jako převrácenou hodnotu impedance původního sériového obvodu:

$Y_S = \frac{1}{Z_S} = Y_P$ $\quad Y_P = \frac{1}{1\,252{,}39}$ $\quad Y_P = 798{,}47\ \mu S$

Vypočteme úhel φ z parametrů původního obvodu pomocí některé goniometrické funkce např. z tangenty:

$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{X_{LS}}{R_S}$ $\quad \varphi = \operatorname{arctg} \frac{753{,}98}{1\,000}$ $\quad \varphi = 37°00'55{,}6''$

Nakonec vypočteme parametry náhradního paralelního obvodu:

$G_P = Y_P \cdot \cos\varphi$ $\quad G_P = 798{,}47 \cdot 10^{-6} \cdot \cos 37°00'55{,}6''$ $\quad G_P = 637{,}55\ \mu S$

$R_P = \frac{1}{G_P}$ $\quad R_P = \frac{1}{637{,}55 \cdot 10^{-6}}$ $\quad R_P = 1\,568{,}5\ \Omega$

$B_{LP} = Y_P \cdot \sin\varphi$ $\quad B_{LP} = 798{,}47 \cdot 10^{-6} \cdot \sin 37°00'55{,}6''$ $\quad B_{LP} = 480{,}7\ \mu S$

$L_P = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot B_{LP}}$ $\quad L_P = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 10\,000 \cdot 480{,}7 \cdot 10^{-6}}$ $\quad L_P = 33{,}11\ mH$

Pro kontrolu můžeme použít odvozené vztahy pro přepočet:

$R_P = \frac{R_S^2 + X_{LS}^2}{R_S}$ $\quad R_P = \frac{1\,000^2 + 753{,}98^2}{1\,000}$ $\quad R_P = 1\,568{,}49\ \Omega$

$X_{LP} = \frac{R_S^2 + X_{LS}^2}{X_{LS}}$ $\quad X_{LP} = \frac{1\,000^2 + 753{,}98^2}{753{,}98}$ $\quad X_{LP} = 2\,080{,}28\ \Omega$

$L_P = \frac{X_{LP}}{2 \cdot \pi \cdot f}$ $\quad L_P = \frac{2\,080{,}28}{2 \cdot \pi \cdot 10\,000}$ $\quad L_P = 33{,}11\ mH$

Výpočet parametrů pro konstrukci fázorových diagramů:
Celkový proud ze zdroje:

$I = \frac{U}{Z_S}$ $\quad I = \frac{2}{1\,252{,}39}$ $\quad I = 1{,}597\ mA$

Úbytky napětí na prvcích sériového původního obvodu:

$U_{RS} = R_S \cdot I$ $\quad U_{RS} = 1\,000 \cdot 1{,}597 \cdot 10^{-3}$ $\quad U_{RS} = 1{,}597\ V$

$$U_{LS} = X_{LS} \cdot I \qquad U_{LS} = 758{,}98 \cdot 1{,}597 \cdot 10^{-3} \qquad U_{LS} = 1{,}204\ \mathrm{V}$$

Proudy ve větvích paralelního náhradního obvodu:

$$I_{RP} = G_P \cdot U \qquad I_{RP} = 637{,}55 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \qquad I_{RP} = 1{,}275\ \mathrm{mA}$$

$$I_{RP} = \frac{U}{R_P} \qquad I_{RP} = \frac{2}{1568{,}5} \qquad I_{RP} = 1{,}275\ \mathrm{mA}$$

$$I_{LP} = B_{LP} \cdot U \qquad I_{LP} = 480{,}7 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \qquad I_{LP} = 0{,}961\ \mathrm{mA}$$

$$I_{LP} = \frac{U}{X_{LP}} \qquad I_{LP} = \frac{2}{2\,080{,}28} \qquad I_{LP} = 0{,}961\ \mathrm{mA}$$

Nyní můžeme přepočíst hodnoty obvodových veličin na délky a narýsovat fázorové diagramy:

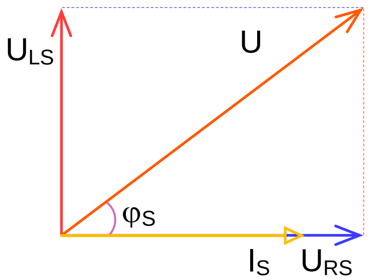
Zvolíme měřítko proudu $1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 0{,}5\ \mathrm{mA}$ a napětí $1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 0{,}4\ \mathrm{V}$.

$$I = 1{,}597\ \mathrm{mA} \Rightarrow |I| = \frac{1{,}597}{0{,}5} = 3{,}19\ \mathrm{cm} \qquad U = 2\ \mathrm{V} \Rightarrow |U| = \frac{2}{0{,}4} = 5\ \mathrm{cm}$$

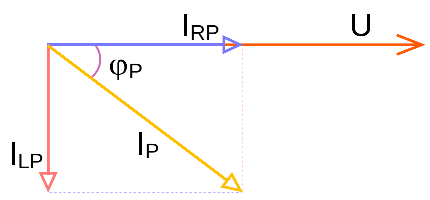
$$U_{RS} = 1{,}597\ \mathrm{V} \Rightarrow |U_{RS}| = \frac{1{,}597}{0{,}4} = 3{,}99\ \mathrm{cm} \qquad U_{LS} = 1{,}204\ \mathrm{V} \Rightarrow |U_{LS}| = \frac{1{,}204}{0{,}4} = 3{,}01\ \mathrm{cm}$$

$$I_{RP} = 1{,}275\ \mathrm{mA} \Rightarrow |I_{RP}| = \frac{1{,}275}{0{,}5} = 2{,}55\ \mathrm{cm} \qquad I_{LP} = 0{,}961\ \mathrm{mA} \Rightarrow |I_{LP}| = \frac{0{,}961}{0{,}5} = 1{,}92\ \mathrm{cm}$$

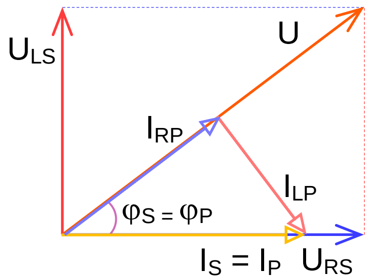
Fázorový diagram skutečného sériového obvodu:



Fázorový diagram náhradního paralelního obvodu



Sloučený fázorový diagram:



Dále přepočteme hodnoty parametrů skutečného a náhradního obvodu na hodnoty délkové (zvolíme ohmické měřítko $1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 500\ \Omega$) a zkonstruujeme impedanční trojúhelník původního obvodu a admitanční trojúhelník náhradního obvodu:

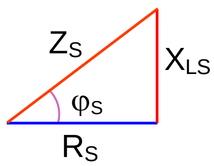
$$R_S = 1\,000\ \Omega \Rightarrow |R| = \frac{1\,000}{500} = 2\ \mathrm{cm} \qquad X_{LS} = 753{,}98\ \Omega \Rightarrow |X_L| = \frac{753{,}98}{500} = 1{,}51\ \mathrm{cm}$$

$$Z_S = 1\,252{,}39\ \Omega \Rightarrow |Z| = \frac{1\,252{,}39}{500} = 2{,}5\ \mathrm{cm} \qquad \varphi_S = \varphi_P = 37°00'55{,}6''$$

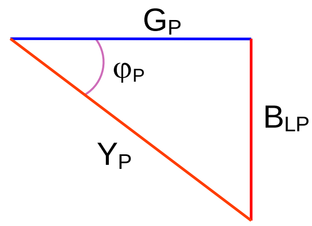
$$G_P = 637{,}55\ \mu\mathrm{S} \Rightarrow |G| = \frac{637{,}55}{200} = 3{,}19\ \mathrm{cm} \qquad B_{LP} = 480{,}7\ \mu\mathrm{S} \Rightarrow |B_L| = \frac{480{,}7}{200} = 2{,}4\ \mathrm{cm}$$

$$Y_P = 798{,}47\ \mu\mathrm{S} \Rightarrow |Y| = \frac{798{,}47}{200} = 3{,}99\ \mathrm{cm}$$

Impedanční trojúhelník původního sériového obvodu:



Admitanční trojúhelník náhradního paralelního obvodu:



Nakonec vypočteme hodnoty výkonů:

– činný výkon P:

$$P = U \cdot I \cdot \cos\varphi \qquad P = 2 \cdot 1{,}597 \cdot 10^{-3} \cdot \cos 37°00'55{,}6'' \qquad P = 2{,}55\ \mathrm{mW}$$

– jalový výkon Q:

$$Q = U \cdot I \cdot \sin\varphi \qquad Q = 2 \cdot 1{,}597 \cdot 10^{-3} \cdot \sin 37°00'55{,}6'' \qquad Q = 1{,}923\ \mathrm{mvar}$$

– zdánlivý výkon S:

$$S = U \cdot I \qquad S = 2 \cdot 1{,}597 \cdot 10^{-3} \qquad S = 3{,}194\ \mathrm{mVA}$$

POZNÁMKA:

Tento příklad si můžete prakticky ověřit na měřícím modulu číslo 7.

1.7.2. Přepočet paralelního obvodu na sériový

POZNÁMKA:

Původní paralelní obvod a náhradní sériový obvod jsou naprosto rovnocenné a nazýváme je duální obvody.

ČAS KE STUDIU

30 minut teoretická příprava + 25 minut řešený příklad.

CÍL

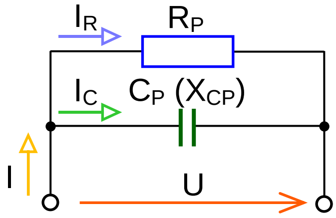
Pochopit nahrazení paralelně řazeného ideálního rezistoru a ideální reaktance (indukční nebo kapacitní) duálním obvodem sériovým opět s ideálním rezistorem a ideální reaktancí (indukční nebo kapacitní).

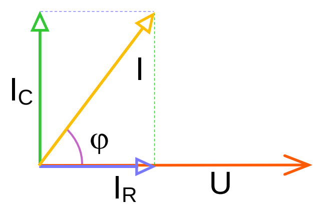
POJMY K ZAPAMATOVÁNÍ

Duální obvody = sériový a paralelní obvod, které se na venek chovají stejně, neboli jsou rovnocenné, jejich impedance a fázový posun jsou stejné, ale parametry (R a X) paralelního a náhradního sériového obvodu jsou rozdílné ($R_P \neq R_S$ a $X_P \neq X_S$).

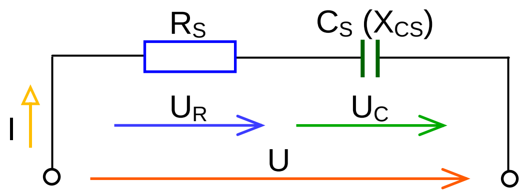
VÝKLAD

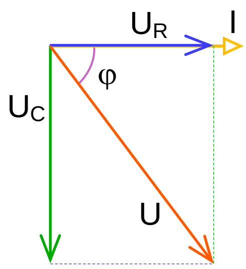
Pro změnu výklad provedeme pro obvod R, C.





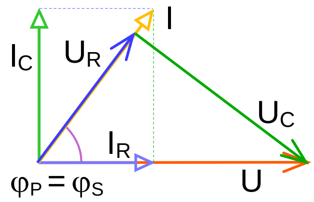
Paralelní obvod složený z rezistoru s odporem R_P a kondenzátoru s kapacitní reaktancí X_{CP} nahradíme sériovým obvodem složeným z rezistoru s odporem R_S a kondenzátoru s kapacitní reaktancí X_{CS}.





Z fázorových diagramů je opět patrné (jsou kresleny ve stejných napěťových i ve stejných proudových měřítkách), že po připojení ke zdroji se stejným napětím začne oběma obvody procházet stejný proud. Stejně tak opět platí, že i fázový posun mezi proudem a napětím jsou u duálních obvodů stejné. Můžeme tedy psát: $I_P = I_S$ a $\varphi_P = \varphi_S$.

Opět můžeme nakreslit sloučený fázorový diagram. Vycházíme z fázorového diagramu původního paralelního obvodu a dokreslíme do něj úbytky napětí na rezistoru R_S a kondenzátoru C_S náhradního sériového obvodu. Úbytek napětí na rezistoru (U_R) je ve fázi s proudem a úbytek napětí na kondenzátoru (U_C) se za proudem zpožďuje o 90°.



Z rovnosti proudů I_P a I_S vyplývá, že i admitance a impedance obou obvodů opět musí být stejné:

$$\frac{I_P}{U} = Y_P = \frac{I_S}{U} = Y_S \qquad \frac{U}{I_P} = Z_P = \frac{U}{I_S} = Z_S$$

Na základě těchto rovností můžeme odvodit hodnoty parametrů náhradního sériového obvodu:

$$G_P = \frac{1}{R_P} \qquad B_{CP} = \frac{1}{X_{CP}} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_P$$

$$Y_P = \sqrt{G_P^2 + B_{CP}^2} \qquad Z_P = \frac{1}{Y_P} = Z_S$$

$$\varphi_P = \operatorname{arctg} \frac{B_{CP}}{G_P}$$

$$R_S = Z_S \cdot \cos\varphi_S \qquad X_{CS} = Z_S \cdot \sin\varphi_S$$

POZNÁMKA:

Hodnoty přepočtených parametrů náhradního obvodu vyhovují jen pro zadanou frekvenci napětí zdroje.

Dosazením a matematickou úpravou dostaneme vztahy pro přepočet parametrů paralelního obvodu na obvod sériový ve tvaru:

$$R_S = Z_S \cdot \cos\varphi_S = \frac{1}{Y_P} \cdot \cos\varphi_P = \frac{1}{Y_P} \cdot \frac{G_P}{Y_P} = \frac{G_P}{Y_P^2} = \frac{G_P}{\left(\sqrt{G_P^2 + B_{CP}^2}\right)^2} = \frac{G_P}{G_P^2 + B_{CP}^2} =$$

$$= \frac{\frac{1}{\mathrm{R_P}}}{\left(\frac{1}{\mathrm{R_P}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\mathrm{X_{CP}}}\right)^2} = \frac{\frac{1}{\mathrm{R_P}}}{\frac{1}{\mathrm{R_P^2}} + \frac{1}{\mathrm{X_{CP}^2}}} = \frac{\frac{1}{\mathrm{R_P}}}{\frac{\mathrm{X_{CP}^2 + R_P^2}}{\mathrm{R_P^2 \cdot X_{CP}^2}}} = \frac{\mathrm{R_P^2 \cdot X_{CP}^2}}{\mathrm{R_P \cdot (X_{CP}^2 + R_P^2)}} = \frac{\mathrm{R_P \cdot X_{CP}^2}}{\mathrm{(X_{CP}^2 + R_P^2)}}$$

$$\mathrm{X_{CS}} = \mathrm{Z_S} \cdot \sin \varphi_S = \frac{1}{\mathrm{Y_P}} \cdot \sin \varphi_P = \frac{1}{\mathrm{Y_P}} \cdot \frac{\mathrm{B_{CP}}}{\mathrm{Y_P}} = \frac{\mathrm{B_{CP}}}{\mathrm{Y_P^2}} = \frac{\mathrm{B_{CP}}}{\left(\sqrt{\mathrm{G_P^2 + B_{CP}^2}}\right)^2} = \frac{\mathrm{B_{CP}}}{\mathrm{G_P^2 + B_{CP}^2}} =$$

$$= \frac{\frac{1}{\mathrm{X_{CP}}}}{\left(\frac{1}{\mathrm{R_P}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\mathrm{X_{CP}}}\right)^2} = \frac{\frac{1}{\mathrm{X_{CP}}}}{\frac{1}{\mathrm{R_P^2}} + \frac{1}{\mathrm{X_{CP}^2}}} = \frac{\frac{1}{\mathrm{X_{CP}}}}{\frac{\mathrm{X_{CP}^2 + R_P^2}}{\mathrm{R_P^2 \cdot X_{CP}^2}}} = \frac{\mathrm{R_P^2 \cdot X_{CP}^2}}{\mathrm{X_{CP} \cdot (X_{CP}^2 + R_P^2)}} = \frac{\mathrm{R_P^2 \cdot X_{CP}}}{\mathrm{(X_{CP}^2 + R_P^2)}}$$

POZNÁMKA:

Obdobným způsobem bychom mohli odvodit vztahy pro přepočet sériového obvodu R_S, L_S (X_{LS}) na náhradní paralelní obvod R_P, L_P (X_{LP}):

$$R_S = \frac{R_P \cdot X_{LP}^2}{(X_{LP}^2 + R_P^2)} \qquad X_{LS} = \frac{R_P^2 \cdot X_{LP}}{(X_{LP}^2 + R_P^2)}$$

Výpočet parametrů fázorových diagramů probíhá stejně jako u paralelního obvodu a jako u sériového obvodu:

$$\mathrm{I_{RP}} = \mathrm{G_P} \cdot \mathrm{U} = \frac{\mathrm{U}}{\mathrm{R_P}} \qquad \mathrm{I_{CP}} = \mathrm{B_{CP}} \cdot \mathrm{U} = \frac{\mathrm{U}}{\mathrm{X_{CP}}}$$

$$\mathrm{U_{RS}} = \mathrm{R_S} \cdot \mathrm{I} \qquad \mathrm{U_{CS}} = \mathrm{X_{CS}} \cdot \mathrm{I}$$

POZNÁMKA:

Přepočet sériového obvodu na paralelní najdete ve výukové prezentaci číslo 9.

Σ SHRNUTÍ POJMŮ

Duální obvody, přepočet parametrů paralelního obvodu na parametry náhradního sériového obvodu.

? OTÁZKY

Které veličiny duálních obvodů jsou identické a které ne?

ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

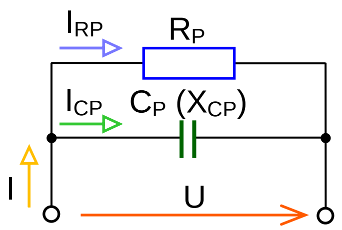
Příklad 1.7.2.1.

Zadání:

Vypočtěte parametry náhradního sériového obvodu k obvodu paralelnímu složenému z rezistoru s odporem R = 100 Ω a kondenzátoru s kapacitou C = 47 μF, připojenému na zdroj střídavého napětí U = 2 V, 150 Hz. Vypočtěte též odebíraný elektrický proud a fázový posun mezi proudem a napětím a výkon odebíraný ze zdroje. Dále ve vhodném měřítku nakreslete fázorové diagramy pro oba obvody a admitanční trojúhelník původního obvodu a trojúhelník impedanční obvodu náhradního.

Řešení:

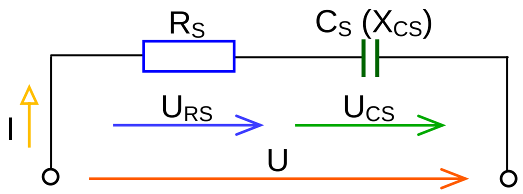
Schéma zapojení:



Vyjádření zadání:

$R_P = 100\ \Omega$	R_S, C_S = ?
$C_P = 47\ \mu F = 47 \cdot 10^{-6}\ F$	I = ?
$U = 2\ V$	φ = ?
$f = 150\ Hz$	P, Q, S = ?
	I_{RP}, I_{CP} = ?
	U_{RS}, U_{CS} = ?
	G_P, B_{CP}, Y_P = ?
	X_{CS}, Z_S = ?

Úkolem je nahradit skutečný paralelní obvod náhradním sériovým obvodem:



Nejdříve provedeme přepočet parametrů původního paralelního obvodu (R_P, C_P) na parametry náhradního obvodu sériového:

$$G_P = \frac{1}{R_P} \qquad G_P = \frac{1}{100} \qquad G_P = 0{,}01\ S = 10\ mS$$

$$B_{CP} = \frac{1}{X_{CP}} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_P \qquad B_{CP} = 2 \cdot \pi \cdot 150 \cdot 47 \cdot 10^{-6} \qquad B_{CP} = 0{,}044\,3\ S = 44{,}3\ mS$$

$$Y_P = \sqrt{G_P^2 + B_{CP}^2} \qquad Y_P = \sqrt{0{,}01^2 + 0{,}044\,3^2} \qquad Y_P = 0{,}045\,41\ S = 45{,}41\ mS$$

$$Z_P = \frac{1}{Y_P} = Z_S \qquad Z_P = Z_S = \frac{1}{0{,}045\,41} \qquad Z_P = Z_S = 22{,}022\ \Omega$$

$$\varphi = \mathrm{arctg}\frac{B_{CP}}{G_P} \qquad \varphi = \mathrm{arctg}\frac{0{,}044\,3}{0{,}01} \qquad \varphi = 77°16'46{,}61''$$

$$R_S = Z_S \cdot \cos\varphi \qquad R_S = 22{,}022 \cdot \cos 77°16'46{,}61'' \qquad R_S = 4{,}849\ \Omega$$

$$X_{CS} = Z_S \cdot \sin\varphi \qquad X_{CS} = Z_S \cdot \sin 77°16'46{,}61'' \qquad X_{CS} = 21{,}481\ \Omega$$

$$C_S = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot X_{CS}} \qquad C_S = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 150 \cdot 21{,}481} \qquad C_S = 49{,}39\ \mu F$$

Pro kontrolu opět použijeme vzorce na přímý přepočet:

$$X_{CP} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_P} \qquad X_{CP} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 150 \cdot 47 \cdot 10^{-6}} \qquad X_{CP} = 22{,}575\ \Omega$$

$$R_S = \frac{R_P \cdot X_{CP}^2}{(X_{CP}^2 + R_P^2)} \qquad R_S = \frac{100 \cdot 22{,}575^2}{(22{,}575^2 + 100^2)} \qquad R_S = 4{,}849\ \Omega$$

$$X_{CS} = \frac{R_P^2 \cdot X_{CP}}{(X_{CP}^2 + R_P^2)} \qquad X_{CS} = \frac{100^2 \cdot 22{,}575}{(22{,}575^2 + 100^2)} \qquad X_{CS} = 21{,}48\ \Omega$$

Dále vypočteme parametry fázorových diagramů:

$$I_{RP} = G_P \cdot U \qquad I_{RP} = 0{,}01 \cdot 2 \qquad I_{RP} = 0{,}02\ A = 20\ mA$$

$$I_{CP} = B_{CP} \cdot U \qquad I_{CP} = 0{,}044\ 3 \cdot 2 \qquad I_{CP} = 0{,}088\ 6\ A = 88{,}6\ mA$$

$$I = \frac{U}{Z_S} \qquad I = \frac{2}{22{,}022} \qquad I = 0{,}090\ 8\ A = 90{,}8\ mA$$

$$U_{RS} = R_S \cdot I \qquad U_{RS} = 4{,}849 \cdot 0{,}090\ 8 \qquad U_{RS} = 0{,}44\ V$$

$$U_{CS} = X_{CS} \cdot I \qquad U_{CS} = 21{,}48 \cdot 0{,}090\ 8 \qquad U_{CS} = 1{,}95\ V$$

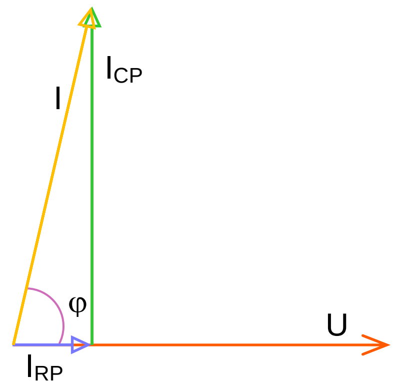
Nyní můžeme přepočíst hodnoty obvodových veličin na délky a narýsovat fázorové diagramy (zvolíme měřítka napětí $1\ cm \mathrel{\widehat{=}} 0{,}4\ V$ a proudu $1\ cm \mathrel{\widehat{=}} 20\ mA$):

$$U = 2\ V \Rightarrow |U| = \frac{2}{0{,}4} = 5\ cm \qquad I = 90{,}8\ mA \Rightarrow |I| = \frac{90{,}8}{20} = 4{,}54\ cm$$

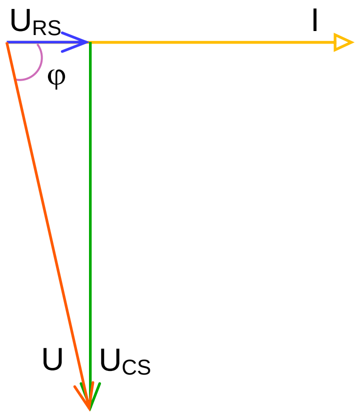
$$I_{RP} = 20\ mA \Rightarrow |I_{RP}| = \frac{20}{20} = 1\ cm \qquad I_{CP} = 88{,}6\ mA \Rightarrow |I_{CP}| = \frac{88{,}6}{20} = 4{,}43\ cm$$

$$U_{RS} = 0{,}44\ V \Rightarrow |U_{RS}| = \frac{0{,}44}{0{,}4} = 1{,}1\ cm \qquad U_{CS} = 1{,}95\ V \Rightarrow |U_{CS}| = \frac{1{,}95}{0{,}4} = 4{,}88\ cm$$

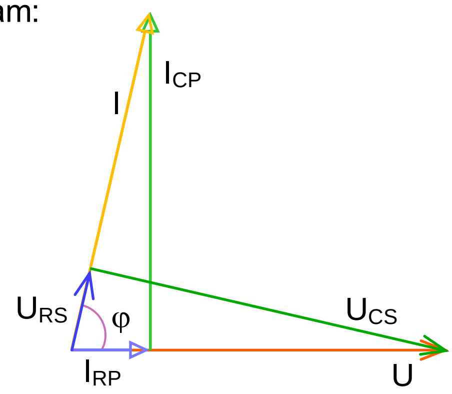
Fázorový diagram skutečného paralelního obvodu:



Fázorový diagram náhradního sériového obvodu:



Můžeme zkonstruovat i celkový fázorový diagram:



Dále přepočteme hodnoty parametrů skutečného a náhradního obvodu na hodnoty délkové a zkonstruujeme admitanční trojúhelník původního obvodu a impedanční trojúhelník náhradního obvodu (zvolíme měřítka $1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 10\ \mathrm{mS}$ a $1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 4\ \Omega$):

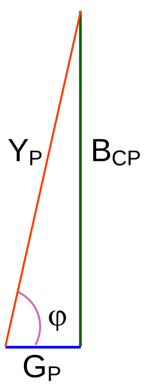
$$G_P = 10\ \mathrm{mS} \Rightarrow |G| = \frac{10}{10} = 1\ \mathrm{cm} \qquad B_{CP} = 44{,}3\ \mathrm{mS} \Rightarrow |B_{CP}| = \frac{44{,}3}{10} = 4{,}43\ \mathrm{cm}$$

$$Y_P = 45{,}41\ \mathrm{mS} \Rightarrow |Y| = \frac{45{,}41}{10} = 4{,}54\ \mathrm{cm}$$

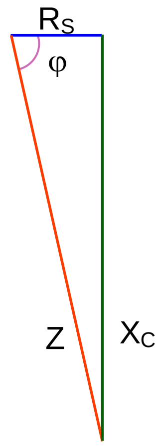
$$R_S = 4{,}849\ \Omega \Rightarrow |R| = \frac{4{,}849}{4} = 1{,}21\ \mathrm{cm} \qquad X_{CS} = 21{,}481\ \Omega \Rightarrow |X_L| = \frac{21{,}481}{4} = 5{,}37\ \mathrm{cm}$$

$$Z_S = 22{,}022\ \Omega \Rightarrow |Z| = \frac{22{,}022}{4} = 5{,}51\ \mathrm{cm} \qquad \varphi = 77°16'46{,}61''$$

Admitanční trojúhelník původního sériového obvodu:



Impedanční trojúhelník náhradního paralelního obvodu:



Nakonec můžeme spočítat i jednotlivé výkony:

$$P = U \cdot I \cdot \cos\varphi \qquad P = 2 \cdot 90{,}8 \cdot 10^{-3} \cdot \cos 77°16'46{,}61'' \qquad P = 39{,}99\ \mathrm{mW}$$

$$Q = U \cdot I \cdot \sin\varphi \qquad Q = 2 \cdot 90{,}8 \cdot 10^{-3} \cdot \sin 77°16'46{,}61'' \qquad Q = 177{,}14\ \mathrm{mvar}$$

$$S = U \cdot I \qquad S = 2 \cdot 90{,}8 \cdot 10^{-3} \qquad S = 181{,}6\ \mathrm{mVA}$$

POZNÁMKA:

Tento příklad si můžete prakticky ověřit na měřícím modulu číslo 8.

1.7.3. Využití přepočtů duálních obvodů pro výpočet sérioparalelních obvodů

POZNÁMKA:

Použití přepočtů duálních obvodů se používá pro zjišťování celkových parametrů sérioparalelních obvodů.

ČAS KE STUDIU

90 minut teoretická příprava + 45 minut řešené příklady.

CÍL

Pochopit nahrazení částí obvodů sériových na paralelní nebo částí paralelně řazených na sériové.

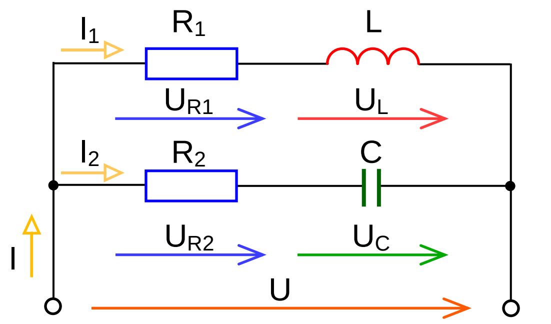
POJMY K ZAPAMATOVÁNÍ

Sérioparalelní obvod = obvod, který je složen tak, že je část prvků vůči sobě spojena sériově a část paralelně.

VÝKLAD

Pro výklad použijeme dva příklady použití, jeden takový, kde je potřeba přepočtu sériového na paralelní a druhý naopak takový, kde je potřeba přepočtu paralelního na sériový.

1. Použití přepočtu sériového obvodu na paralelní



Sériový obvod R_1, L přepočteme na paralelní obvod R_{1P}, L_P a sériový obvod R_2, C přepočteme na paralelní obvod R_{2P}, C_P. Nakonec vyřešíme výsledný čistě paralelní obvod R_{1P}, L_P, R_{2P}, C_P.

Nejdříve musíme indukčnost cívky a kapacitu kondenzátoru přepočíst na reaktance:

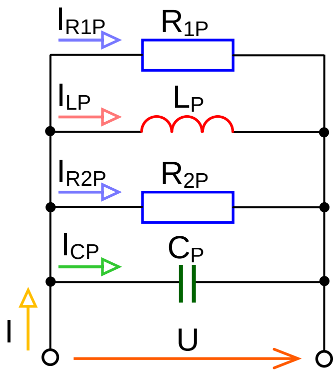
$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$ $\qquad$ $X_C = \dfrac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$

Dále můžeme vypočítat hodnoty paralelních náhradních obvodů:

$R_{1P} = \dfrac{R_1^2 + X_L^2}{R_1}$ $\qquad$ $R_{2P} = \dfrac{R_2^2 + X_C^2}{R_2}$ $\qquad$ $X_{LP} = \dfrac{R_1^2 + X_L^2}{X_L}$

$X_{CP} = \dfrac{R_2^2 + X_C^2}{X_C}$ $\qquad$ $L_P = \dfrac{X_{LP}}{2 \cdot \pi \cdot f}$ $\qquad$ $C_P = \dfrac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot X_{CP}}$

Dostaneme tedy paralelní obvod ve tvaru:



Další výpočet je již stejný jako v kapitole 1. 6. 4. (paralelní obvod R, L, C):

$G_{1P} = \dfrac{1}{R_{1P}}$ $\qquad$ $G_{2P} = \dfrac{1}{R_{2P}}$ $\qquad$ $B_L = \dfrac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_P}$

$B_C = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_P$ $\qquad$ $Y_P = \sqrt{(G_{1P} + G_{2P})^2 + (B_{LP} - B_{CP})^2}$

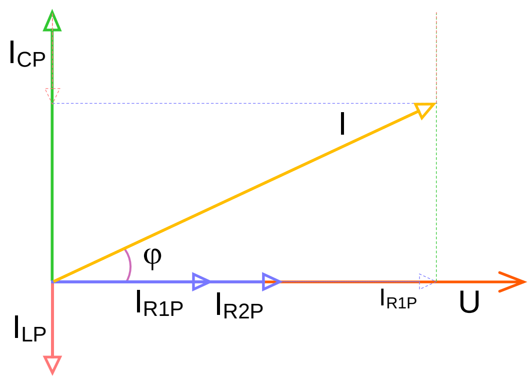
$\cos\varphi = \dfrac{G_P}{Y_P}$ $\qquad$ $I = U \cdot Y_P$ $\qquad$ $I_{R1P} = G_{1P} \cdot U$

$I_{R2P} = G_{2P} \cdot U$ $\qquad$ $I_{LP} = B_{LP} \cdot U$ $\qquad$ $I_{CP} = B_{CP} \cdot U$

$P = U \cdot I \cdot \cos\varphi$ $\qquad$ $Q = U \cdot I \cdot \sin\varphi$ $\qquad$ $S = U \cdot I$

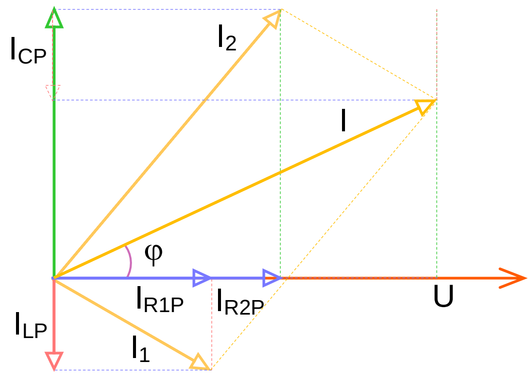
Fázorový diagram náhradního paralelního obvodu bychom zkonstruovali podobně jako v kapitole paralelní obvody:

- vycházíme z fázoru napětí, se kterým jsou ve fázi proudy tekoucí rezistory R_1 a R_2, proud cívkou se za napětím zpožďuje o 90° a proud kondenzátorem naopak napětí o 90° předbíhá. Vektorový součet všech čtyř proudů je roven proudu zdroje posunutého o úhel φ proti napětí (v našem případě před, neboť $I_C > I_L$):

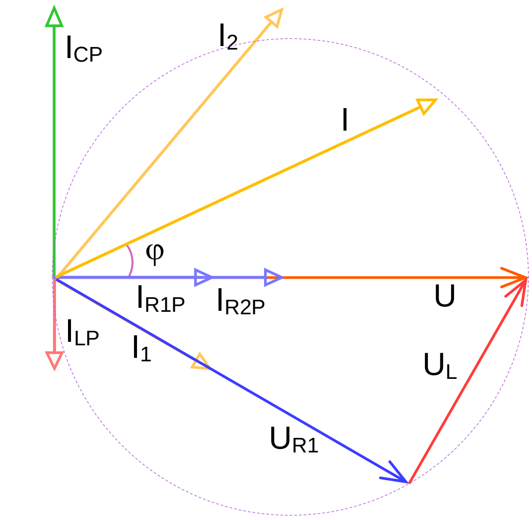


– dále vektorovými součty zjistíme proudy ve větvích původního obvodu $I_1 = I_{R1P} + I_{LP}$ a $I_2 = I_{R2P} + I_{CP}$ (zároveň vidíme, že platí $I_1 + I_2 = I$)
Velikost proudů I_1 a I_2 můžeme vypočíst pomocí Pythagorovy věty ze vztahů

$$I_1 = \sqrt{I_{R1P}^2 + I_{LP}^2} \text{ a } I_2 = \sqrt{I_{R2P}^2 + I_{CP}^2}$$

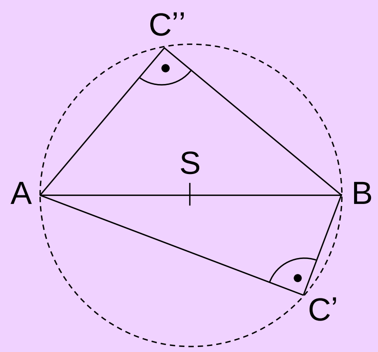


– nyní můžeme narýsovat úbytky napětí na prvcích původního obvodu; úbytek na rezistoru R_1 ve fázi s proudem I_1, na konec fázoru úbytku napětí na rezistoru R_1, o 90° před něj narýsujeme fázor úbytku napětí na cívce U_L. Jestliže jsme rýsovali správně, musí fázor napětí U_L končit na konci fázoru napětí zdroje U, neboť dle druhého Kirchhoffova zákona je vektorový součet napětí U_R a U_L roven napětí U (pro náčrty si můžeme pomoci tzv. Thaletovou kružnicí):

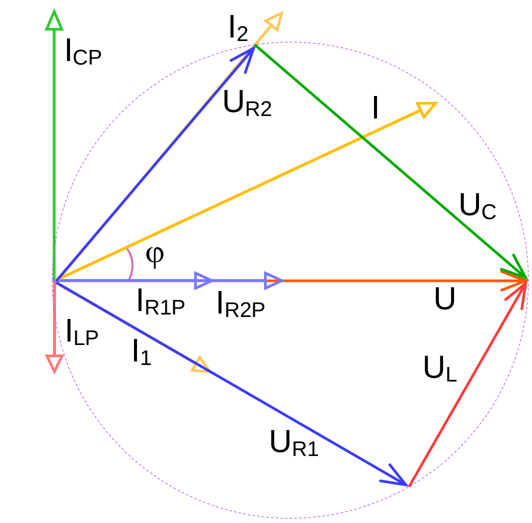


POZNÁMKA:

Thaletova kružnice je součástí konstrukce Thaletovy věty, která říká, že sestrojíme-li kružnici o průměru úsečky AB a zvolíme-li na kružnici libovolný bod C, pak platí, že trojúhelník ABC je pravoúhlý s pravým úhlem u vrcholu C.



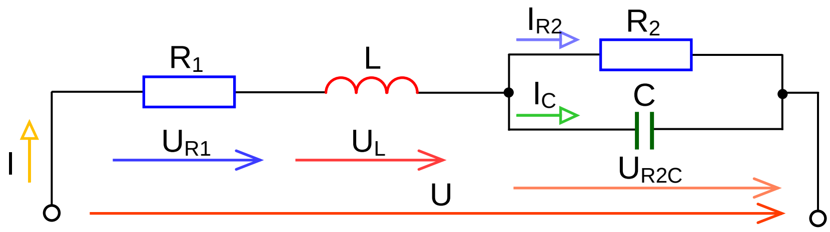
– stejným způsobem narýsujeme úbytky na druhé větvi (U_{R2} ve fázi s proudem I_1 a U_C o 90°za něj):



POZNÁMKA:

Použití přepočtu sériového obvodu na paralelní najdete ve výukové prezentaci číslo 10.

2. Použití přepočtu paralelního na sériový



Paralelní obvod R_2, C přepočteme na sériový obvod R_{2S}, C_S a dostaneme výsledný čistě sériový obvod R_1, L, R_{2S}, C_S.

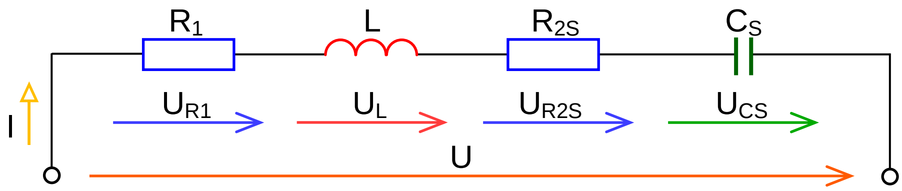
Nejdříve opět musíme indukčnost cívky a kapacitu kondenzátoru přepočíst na reaktance:

$$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \qquad X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$$

Dále můžeme vypočítat hodnoty sériového náhradního obvodu:

$$R_{2S} = \frac{R_2 \cdot X_C^2}{R_2^2 + X_C^2} \qquad X_{CS} = \frac{R_2^2 \cdot X_C}{R_2^2 + X_C^2} \qquad C_S = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot X_{CS}}$$

Dostaneme sériový náhradní obvod ve tvaru:



Další výpočet je již stejný jako v kapitole 1.5.4. (sériové R, L, C obvody):

$$Z = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (X_L - X_C)^2} \qquad \cos\varphi = \frac{R_1 + R_{2S}}{Z}$$

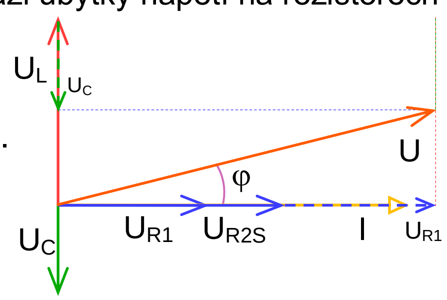
$$I = \frac{U}{Z} \qquad U_{R1} = R_1 \cdot I \qquad U_{R2S} = R_{2S} \cdot I$$

$$U_L = X_L \cdot I \qquad U_{CS} = X_{CS} \cdot I$$

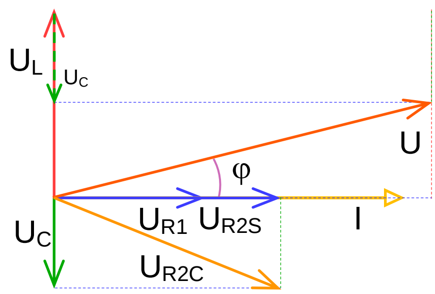
$$P = U \cdot I \cdot \cos\varphi \qquad Q = U \cdot I \cdot \sin\varphi \qquad S = U \cdot I$$

Fázorový diagram náhradního sériového obvodu bychom zkonstruovali podobně jako v kapitole sériové obvody:

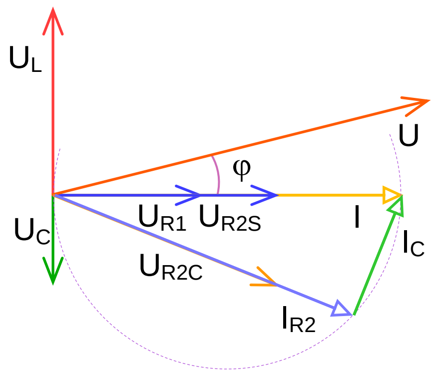
– vycházíme z fázoru proudu, se kterým jsou ve fázi úbytky napětí na rezistorech R_1 a R_2, úbytek napětí na cívce předbíhá proud o 90° a naopak úbytek napětí na kondenzátoru se za proudem o 90° zpožďuje. Vektorový součet všech čtyř úbytků napětí je roven napětí zdroje posunutého o úhel φ proti proudu (v našem případě před neboť $U_L > U_C$):



– dále provedeme grafický součet úbytku napětí na rezistoru R_{2S} a úbytku napětí na kondenzátoru C_S ($U_{R2C} = U_{R2S} + U_{CS}$):



– nyní narýsujeme proudy procházející prvky paralelní části původního obvodu. Proud I_{R2} tekoucí rezistorem R_2 ve fázi s napětím U_{R2C} a proud I_C tekoucí kondenzátorem C o 90°před napětí U_{R2C}. Součet těchto proudů je roven proudu I tekoucího ze zdroje ($I = I_{R2} + I_C$; pro náčrt můžeme použít Thaletovu kružnici):



SHRNUTÍ POJMŮ

Sérioparalelní obvod, Thaletova kružnice.

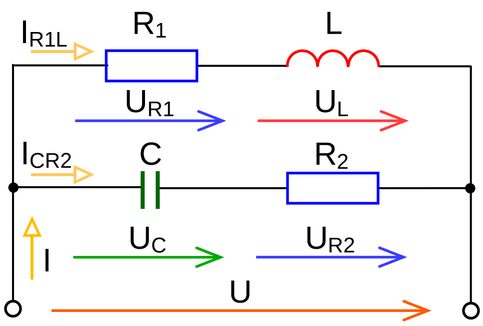
OTÁZKY

Načrtněte nějaký složitější sérioparalelní obvod a navrhněte jeho přepočet na čistě sériový nebo na čistě paralelní.

ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

Příklad 1.7.3.1.

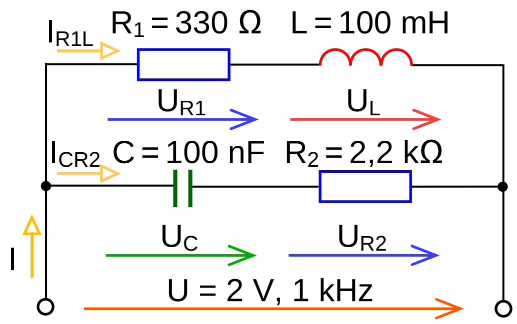
Zadání:



Vypočtěte proud tekoucí ze zdroje střídavého napětí U = 2 V, 1 kHz do sérioparalelního obvodu (viz obrázek) složeného z rezistoru R_1 s odporem $R_1 = 330\ \Omega$, cívky s indukčností L = 100 mH, z kondenzátoru s kapacitou C = 100 nF a z rezistoru R_2 s odporem $R_2 = 2{,}2\ \text{k}\Omega$. Vypočtěte též složky výkonu odebíraného ze zdroje, parametry impedančního a admitančního trojúhelníku a fázový posun mezi proudem a napětím. Ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram, impedanční a admitanční trojúhelník a trojúhelník výkonů.

Řešení:

Schéma zapojení:



Vyjádření zadání:

$R_1 = 330\ \Omega$	$I = ?$
$L = 100\ mH = 0{,}1\ H$	$P, Q, S = ?$
$C = 100\ nF = 100 \cdot 10^{-9}\ F$	$X_L, X_C = ?$
$R_2 = 2{,}2\ k\Omega = 2\ 200\ \Omega$	$R_{1P}, X_{LP}, X_{CP}, R_{2P} = ?$
$U = 2\ V$	$G_{1P}, B_{LP}, B_{CP}, G_{2P} = ?$
$f = 1\ kHz = 1\ 000\ Hz$	$Y_P = ?$
	$I_{R1P}, I_{LP}, I_{CP}, I_{R2P} = ?$
	$U_{R1}, U_L, U_C, U_{R2} = ?$
	$\varphi = ?$

Sériový obvod R_1, L přepočteme na paralelní obvod R_{1P}, L_P a sériový obvod C, R_2 přepočteme na paralelní obvod C_P, R_{2P}. Tím dostaneme čistě paralelní obvod R_{1P}, L_P, C_P, R_{2P}, ten vyřešíme a následně se vrátíme k původnímu obvodu.

Nejdříve musíme indukčnost cívky a kapacitu kondenzátoru přepočíst na reaktance:

$$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \qquad X_L = 2 \cdot \pi \cdot 1\ 000 \cdot 0{,}1 \qquad X_L = 628{,}32\ \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} \qquad X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 1\ 000 \cdot 100 \cdot 10^{-9}} \qquad X_C = 1\ 591{,}55\ \Omega$$

Dále můžeme vypočítat hodnoty parametrů paralelních náhradních obvodů:

$$R_{1P} = \frac{R_1^2 + X_L^2}{R_1} \qquad R_{1P} = \frac{330^2 + 628{,}32^2}{330} \qquad R_{1P} = 1\ 526{,}32\ \Omega$$

$$X_{LP} = \frac{R_1^2 + X_L^2}{X_L} \qquad X_{LP} = \frac{330^2 + 628{,}32^2}{628{,}32} \qquad X_{LP} = 801{,}64\ \Omega$$

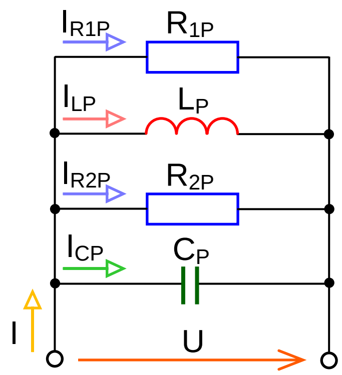
$$L_P = \frac{X_{LP}}{2 \cdot \pi \cdot f} \qquad L_P = \frac{801{,}64}{2 \cdot \pi \cdot 1\ 000} \qquad L_P = 0{,}012\ 76\ H = 12{,}76\ mH$$

$$X_{CP} = \frac{R_2^2 + X_C^2}{X_C} \qquad X_{CP} = \frac{2\ 200^2 + 1\ 591{,}55^2}{1\ 591{,}55} \qquad X_{CP} = 4\ 632{,}61\ \Omega$$

$$C_P = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot X_C} \qquad C_P = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 1\ 000 \cdot 4\ 632{,}61} \qquad C_P = 34{,}36 \cdot 10^{-9}\ F = 34{,}36\ nF$$

$$R_{2P} = \frac{R_2^2 + X_C^2}{R_2} \qquad R_{2P} = \frac{2\ 200^2 + 1\ 591{,}55^2}{2\ 200} \qquad R_{2P} = 3\ 351{,}38\ \Omega$$

Dostaneme tedy paralelní obvod ve tvaru:



Dále pokračujeme výpočtem admitance náhradního paralelního obvodu a fázového posunu:

$G_{1P} = \frac{1}{R_{1P}}$ $\quad G_{1P} = \frac{1}{1\,526{,}32}$ $\quad G_{1P} = 0{,}655\ \mathrm{mS}$

$B_{LP} = \frac{1}{X_{LP}}$ $\quad B_{LP} = \frac{1}{801{,}64}$ $\quad B_{LP} = 1{,}247\ \mathrm{mS}$

$B_{CP} = \frac{1}{X_{CP}}$ $\quad B_{CP} = \frac{1}{4\,632{,}61}$ $\quad B_{CP} = 0{,}216\ \mathrm{mS}$

$G_{2P} = \frac{1}{R_{2P}}$ $\quad G_{2P} = \frac{1}{3\,351{,}38}$ $\quad G_{2P} = 0{,}298\ \mathrm{mS}$

$$Y_P = \sqrt{(G_{1P} + G_{2P})^2 + (B_{LP} - B_{CP})^2}$$

$$Y_P = \sqrt{(0{,}655 \cdot 10^{-3} + 0{,}298 \cdot 10^{-3})^2 + (1{,}247 \cdot 10^{-3} - 0{,}216 \cdot 10^{-3})^2}$$

$$Y_P = 1{,}404\ \mathrm{mS}$$

$\cos\varphi = \frac{G_{1P} + G_{2P}}{Y_P}$ $\quad \cos\varphi = \frac{0{,}655 \cdot 10^{-3} + 0{,}298 \cdot 10^{-3}}{1{,}404 \cdot 10^{-3}}$ $\quad \cos\varphi = 0{,}678\,775$

$\varphi = \arccos 0{,}678\,775$ $\quad \varphi = 47°15'07{,}25''$

Můžeme vypočíst i hodnotu celkové impedance:

$Z = \frac{1}{Y_P}$ $\quad Z = \frac{1}{1{,}404 \cdot 10^{-3}}$ $\quad Z = 712{,}25\ \Omega$

Nyní vypočteme proud tekoucí ze zdroje:

$I = U \cdot Y_P$ $\quad I = 2 \cdot 1{,}404 \cdot 10^{-3}$ $\quad I = 2{,}808\ \mathrm{mA}$

Dále vypočteme proudy tekoucí jednotlivými prvky paralelního náhradního obvodu a z nich pak proudy tekoucí větvemi původního obvodu:

$I_{R1P} = G_{1P} \cdot U$ $\quad I_{R1P} = 0{,}655 \cdot 10^{-3} \cdot 2$ $\quad I_{R1P} = 1{,}31\ \mathrm{mA}$

$I_{LP} = B_{LP} \cdot U$ $\quad I_{LP} = 1{,}247 \cdot 10^{-3} \cdot 2$ $\quad I_{LP} = 2{,}494\ \mathrm{mA}$

$I_{CP} = B_{CP} \cdot U$ $\quad I_{CP} = 0{,}216 \cdot 10^{-3} \cdot 2$ $\quad I_{CP} = 0{,}432\ \mathrm{mA}$

$I_{R2P} = G_{2P} \cdot U$ $\quad I_{R2P} = 0{,}298 \cdot 10^{-3} \cdot 2$ $\quad I_{R2P} = 0{,}596\ \mathrm{mA}$

$\mathrm{I_{R1L}} = \sqrt{\mathrm{I_{R1P}^2} + \mathrm{I_{LP}^2}}$ $\qquad$ $\mathrm{I_{R1L}} = \sqrt{(1{,}31 \cdot 10^{-3})^2 + (2{,}494 \cdot 10^{-3})^2}$

$\mathrm{I_{R1L}} = 2{,}817\ \mathrm{mA}$

$\mathrm{I_{CR2}} = \sqrt{\mathrm{I_{CP}^2} + \mathrm{I_{R2P}^2}}$ $\qquad$ $\mathrm{I_{CR2}} = \sqrt{(0{,}432 \cdot 10^{-3})^2 + (0{,}596 \cdot 10^{-3})^2}$

$\mathrm{I_{CR2}} = 0{,}736\ \mathrm{mA}$

Vypočteme i úbytky napětí na jednotlivých prvcích původního obvodu:

$\mathrm{U_{R1}} = \mathrm{R_1} \cdot \mathrm{I_{R1L}}$ $\qquad$ $\mathrm{U_{R1}} = 330 \cdot 2{,}817 \cdot 10^{-3}$ $\qquad$ $\mathrm{U_{R1}} = 0{,}93\ \mathrm{V}$

$\mathrm{U_L} = \mathrm{X_L} \cdot \mathrm{I_{R1L}}$ $\qquad$ $\mathrm{U_L} = 628{,}32 \cdot 2{,}817 \cdot 10^{-3}$ $\qquad$ $\mathrm{U_L} = 1{,}77\ \mathrm{V}$

$\mathrm{U_C} = \mathrm{X_C} \cdot \mathrm{I_{CR2}}$ $\qquad$ $\mathrm{U_C} = 1\,591{,}55 \cdot 0{,}736 \cdot 10^{-3}$ $\qquad$ $\mathrm{U_C} = 1{,}171\ \mathrm{V}$

$\mathrm{U_{R2}} = \mathrm{R_2} \cdot \mathrm{I_{CR2}}$ $\qquad$ $\mathrm{U_{R2}} = 2\,200 \cdot 0{,}736 \cdot 10^{-3}$ $\qquad$ $\mathrm{U_{R2}} = 1{,}619\ \mathrm{V}$

Nakonec vypočteme parametry výkonového trojúhelníku (činný, jalový a zdánlivý výkon):

$\mathrm{P} = \mathrm{U} \cdot \mathrm{I} \cdot \cos\varphi$ $\qquad$ $\mathrm{P} = 2 \cdot 2{,}808 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}678\,775$ $\qquad$ $\mathrm{P} = 3{,}824\ \mathrm{mW}$

$\mathrm{Q} = \mathrm{U} \cdot \mathrm{I} \cdot \sin\varphi$ $\qquad$ $\mathrm{Q} = 2 \cdot 2{,}808 \cdot 10^{-3} \cdot \sin 47°15'07{,}25''$ $\qquad$ $\mathrm{Q} = 4{,}137\ \mathrm{mvar}$

$\mathrm{S} = \mathrm{U} \cdot \mathrm{I}$ $\qquad$ $\mathrm{S} = 2 \cdot 2{,}808 \cdot 10^{-3}$ $\qquad$ $\mathrm{S} = 5{,}634\ \mathrm{mVA}$

Nyní můžeme přistoupit ke konstrukci fázorového diagramu. Zvolíme si napěťové měřítko $1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 0{,}25\ \mathrm{V}$ a měřítko proudové $1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 0{,}5\ \mathrm{mA}$:

- vycházíme z fázoru napětí, se kterým jsou ve fázi proudy tekoucí rezistory R_1 a R_2, proud cívkou se za napětím zpožďuje o 90°a proud kondenzátorem naopak napětí o 90°předbíhá. Vektorový součet všech čtyř proudů je roven proudu zdroje posunutého o úhel φ proti napětí:

$$\mathrm{U} = 2\ \mathrm{V} \Rightarrow |\mathrm{U}| = \frac{2}{0{,}25} = 8\ \mathrm{cm}$$

$$\mathrm{I_{R1P}} = 1{,}31\ \mathrm{mA} \Rightarrow |\mathrm{I_{R1P}}| = \frac{1{,}31}{0{,}5} = 2{,}62\ \mathrm{cm}$$

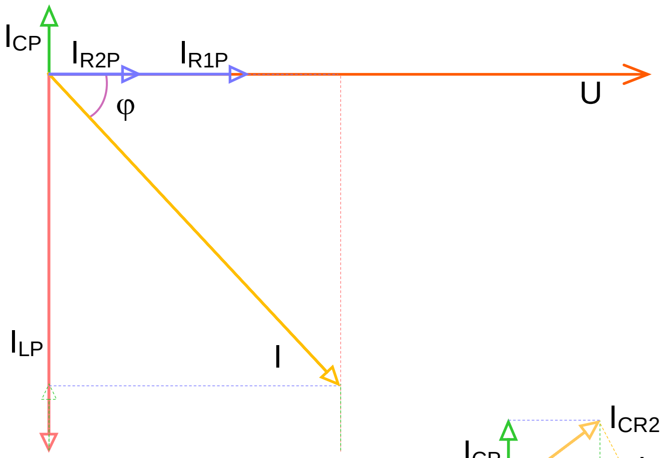
$$\mathrm{I_{LP}} = 2{,}494\ \mathrm{mA} \Rightarrow |\mathrm{I_{LP}}| = \frac{2{,}494}{0{,}5} = 4{,}99\ \mathrm{cm}$$

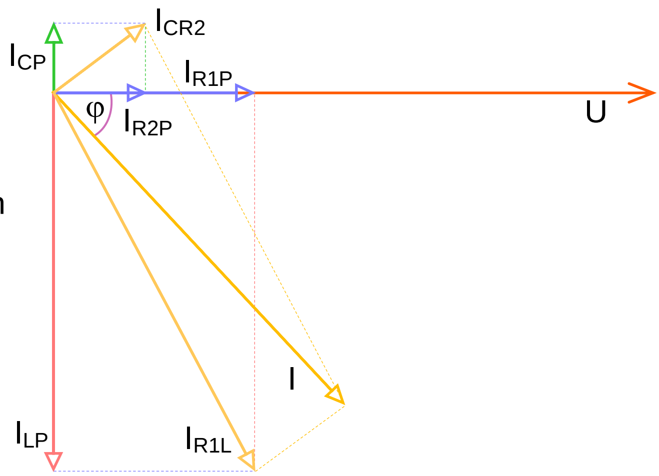
$$\mathrm{I_{CP}} = 0{,}432\ \mathrm{mA} \Rightarrow |\mathrm{I_{CP}}| = \frac{0{,}432}{0{,}5} = 0{,}86\ \mathrm{cm}$$

$$\mathrm{I_{R2P}} = 0{,}596\ \mathrm{mA} \Rightarrow |\mathrm{I_{R2P}}| = \frac{0{,}596}{0{,}5} = 1{,}19\ \mathrm{cm}$$

$$\left(\mathrm{I} = 2{,}808\ \mathrm{mA} \Rightarrow |\mathrm{I}| = \frac{2{,}808}{0{,}5} = 5{,}62\ \mathrm{cm}\right)$$

$$(\varphi = 47°15'07{,}25'')$$

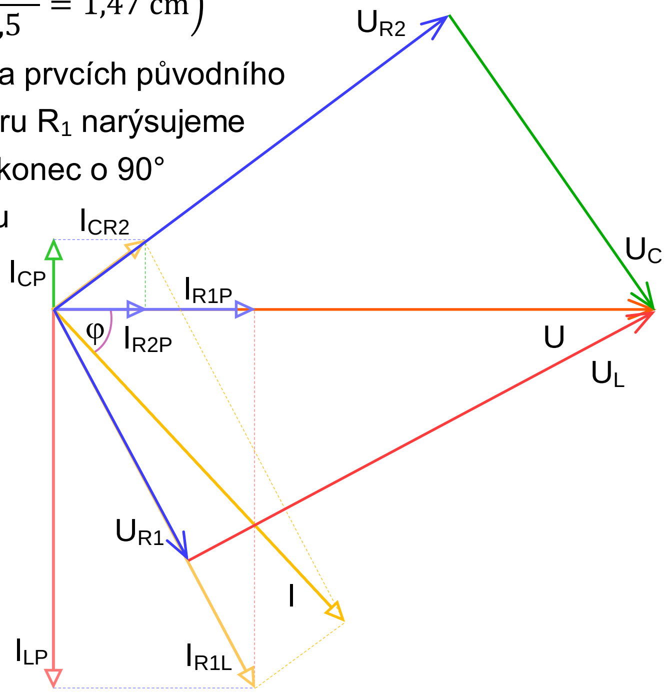




– dále narýsujeme proudy ve větvích původního obvodu, proud I_{R1L} získáme vektorovým součtem $I_{R1P} + I_{LP}$ a vektorovým součtem $I_{R2P} + I_{CP}$ získáme proud I_{CR2}

$$\left(\begin{array}{l} I_{R1L} = 2{,}817 \text{ mA} \Rightarrow \\ \Rightarrow |I_{R1L}| = \dfrac{2{,}817}{0{,}5} = 5{,}63 \text{ cm} \end{array} \right)$$

$$\left(I_{CR2} = 0{,}736 \text{ mA} \Rightarrow |I_{CR2}| = \frac{0{,}736}{0{,}5} = 1{,}47 \text{ cm} \right)$$



– nyní narýsujeme úbytky napětí na prvcích původního obvodu, úbytek napětí na rezistoru R_1 narýsujeme ve fázi s proudem I_{R1L} a na jeho konec o 90° před něj narýsujeme fázor úbytku napětí na cívce U_L. Obdobně narýsujeme i úbytek napětí na rezistoru R_2 ve fázi s proudem I_{CR2} a na jeho konec o 90° za něj narýsujeme fázor úbytku napětí na kondenzátoru U_C.

$$U_{R1} = 0{,}93 \text{ V} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |U_{R1}| = \frac{0{,}93}{0{,}25} = 3{,}72 \text{ cm}$$

$$U_L = 1{,}77 \text{ V} \Rightarrow |U_L| = \frac{1{,}77}{0{,}25} = 7{,}08 \text{ cm}$$

$$U_C = 1{,}171 \text{ V} \Rightarrow |U_C| = \frac{1{,}171}{0{,}25} = 4{,}68 \text{ cm}$$

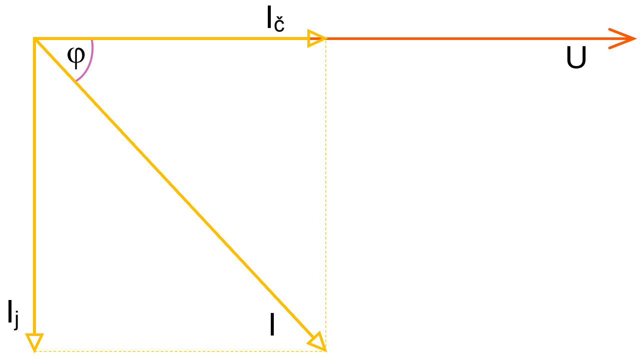
$$U_{R2} = 1{,}63 \text{ V} \Rightarrow |U_{R2}| = \frac{1{,}63}{0{,}25} = 6{,}52 \text{ cm}$$

– ještě můžeme proud rozdělit na jeho činnou a jalovou složku (činná složka proudu je ve fázi s napětím, složka jalová je posunuta proti napětí o 90°):

$$\mathrm{I_č} = \mathrm{I} \cdot \cos\varphi = 2{,}808 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}678\,775 = 1{,}906\ \mathrm{mA} \Rightarrow |\mathrm{I_č}| = \frac{1{,}906}{0{,}5} = 3{,}81\ \mathrm{cm}$$

$$\mathrm{I_j} = \mathrm{I} \cdot \sin\varphi = 2{,}808 \cdot 10^{-3} \cdot \sin 47°15'07{,}25'' = 2{,}062\ \mathrm{mA} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |\mathrm{I_j}| = \frac{2{,}062}{0{,}5} = 4{,}12\ \mathrm{cm}$$



Dalším krokem je konstrukce impedančních a admitančního trojúhelníků. Zvolíme ohmické měřítko $1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 220\ \Omega$ a měřítko vodivostní $1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 0{,}2\ \mathrm{mS}$

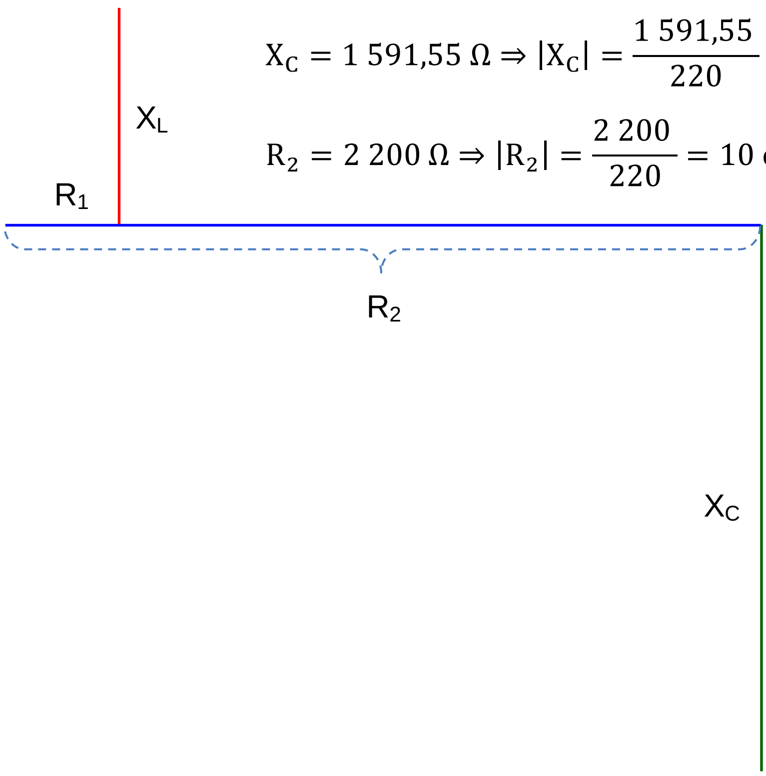
– začneme narýsováním odporů a reaktancí původního obvodu:

$$\mathrm{R_1} = 330\ \Omega \Rightarrow |\mathrm{R_1}| = \frac{330}{220} = 1{,}5\ \mathrm{cm}$$

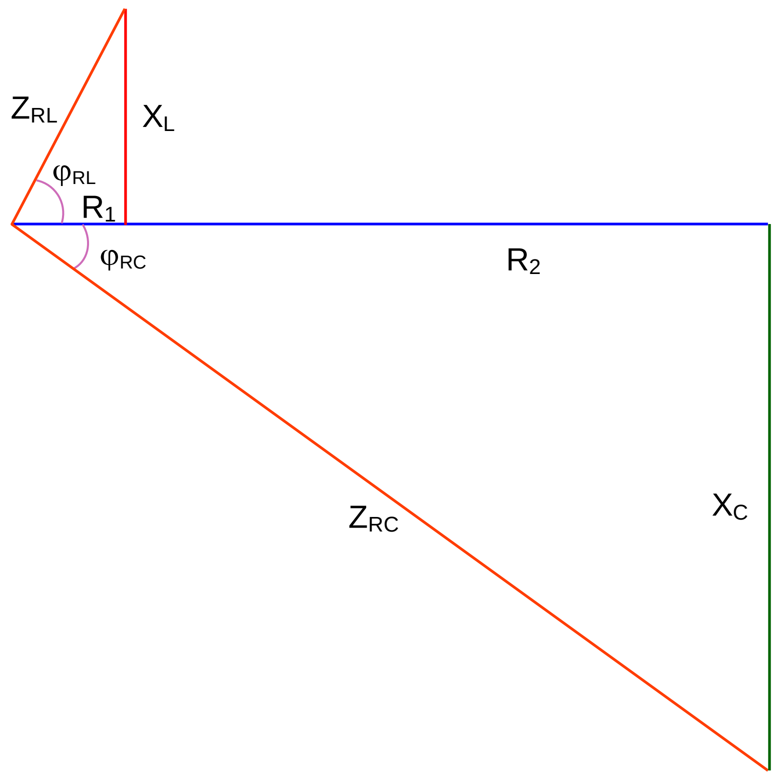
$$\mathrm{X_L} = 628{,}32\ \Omega \Rightarrow |\mathrm{X_L}| = \frac{628{,}32}{220} = 2{,}86\ \mathrm{cm}$$

$$\mathrm{X_C} = 1\,591{,}55\ \Omega \Rightarrow |\mathrm{X_C}| = \frac{1\,591{,}55}{220} = 7{,}23\ \mathrm{cm}$$

$$\mathrm{R_2} = 2\,200\ \Omega \Rightarrow |\mathrm{R_2}| = \frac{2\,200}{220} = 10\ \mathrm{cm}$$



– pokračujeme spojením začátků rezistorů a konců reaktancí jednotlivých větví, čímž získáme impedance těchto větví (Z_{RL} a Z_{RC}) posunuté proti rezistorům o úhly φ_{RL} a φ_{RC}:



– dále narýsujeme admitanční trojúhelník náhradního obvodu. Vodivosti G_{1P} a G_{2P} sečteme, na konec jejich součtu nakreslíme indukční susceptanci a na její konec nakreslíme susceptanci kapacitní (v protisměru):

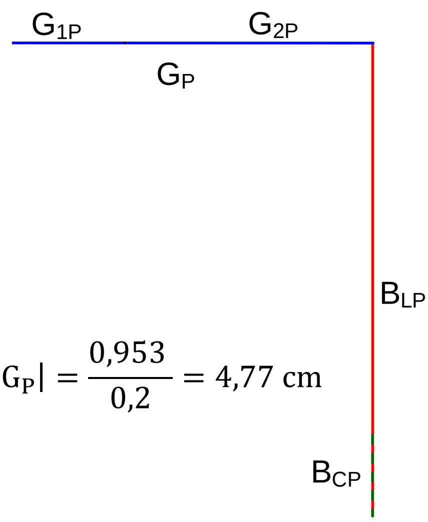
$$G_{1P} = 0{,}655\ \mathrm{mS} \Rightarrow |G_{1P}| = \frac{0{,}655}{0{,}2} = 3{,}28\ \mathrm{cm}$$

$$B_{LP} = 1{,}247\ \mathrm{mS} \Rightarrow |B_{LP}| = \frac{1{,}247}{0{,}2} = 6{,}24\ \mathrm{cm}$$

$$B_{CP} = 0{,}216\ \mathrm{mS} \Rightarrow |B_{CP}| = \frac{0{,}216}{0{,}2} = 1{,}08\ \mathrm{cm}$$

$$G_{2P} = 0{,}298\ \mathrm{mS} \Rightarrow |G_{2P}| = \frac{0{,}298}{0{,}2} = 1{,}4\ \mathrm{cm}$$

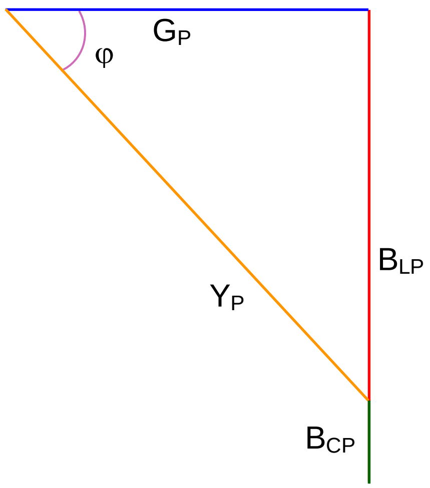
$$G_P = G_{1P} + G_{2P} = 0{,}655 + 0{,}298 = 0{,}953\ \mathrm{mS} \Rightarrow |G_P| = \frac{0{,}953}{0{,}2} = 4{,}77\ \mathrm{cm}$$



– spojením začátku vodivosti a konce kapacitní susceptance dostaneme admitanci Y_P náhradního obvodu posunutou o úhel φ proti vodivosti.

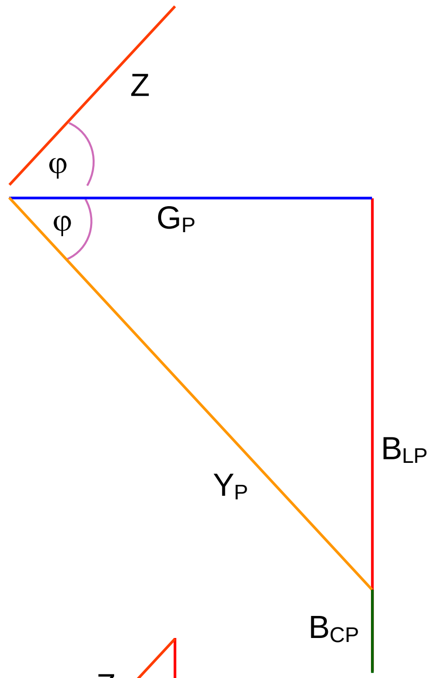
$$\left(Y_P = 1{,}404\ \text{mS} \Rightarrow |Y_P| = \frac{1{,}404}{0{,}2} = 7{,}02\ \text{cm}\right)$$

$$(\varphi = 47°15'07{,}25'')$$



– pod stejným úhlem φ, ale opačným směrem narýsujeme celkovou impedanci obvodu Z:

$$\left(Z = 712{,}25\ \Omega \Rightarrow |Z| = \frac{712{,}25}{220} = 3{,}24\ \text{cm}\right)$$



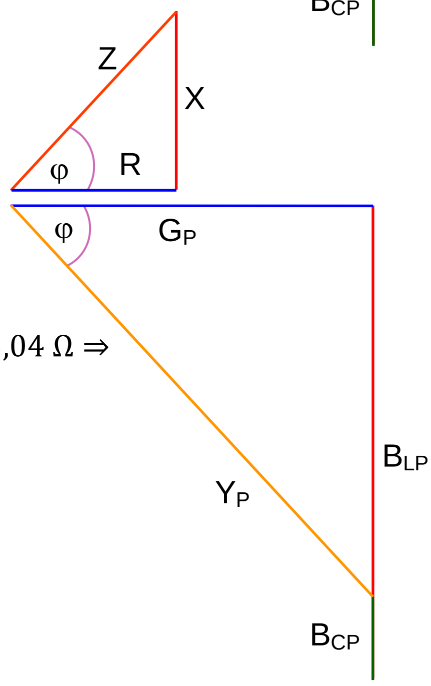
– impedanci můžeme rozdělit na odpor a reaktanci doplněním na pravoúhlý trojúhelník

$$(R = Z \cdot \cos\varphi = 712{,}25 \cdot 0{,}678\,775 =$$

$$= 483{,}46\ \Omega \Rightarrow |R| = \frac{483{,}46}{220} = 2{,}2\ \text{cm})$$

$$(X = Z \cdot \sin\varphi = 712{,}25 \cdot \sin 47°15'07{,}25'' = 523{,}04\ \Omega \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |X| = \frac{523{,}04}{220} = 2{,}38\ \text{cm}$$



Zbývá narýsovat trojúhelník výkonový. Opět nejdříve zvolíme výkonové měřítko $1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 1\ \mathrm{mVA}$:

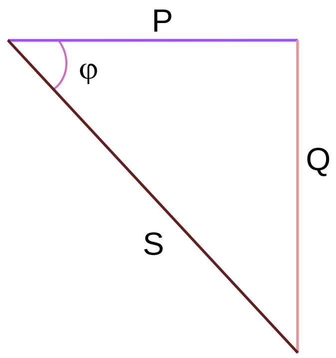
– narýsujeme činný výkon, o 90° otočený výkon jalový a spojením začátku činného výkonu a konce jalového výkonu dostaneme výkon zdánlivý posunutý o úhel φ proti činnému výkonu:

$$\mathrm{P} = 3{,}824\ \mathrm{mW} \Rightarrow |\mathrm{P}| = \frac{3{,}824}{1} = 3{,}82\ \mathrm{cm}$$

$$\mathrm{Q} = 4{,}137\ \mathrm{mvar} \Rightarrow |\mathrm{Q}| = \frac{4{,}137}{1} = 4{,}14\ \mathrm{cm}$$

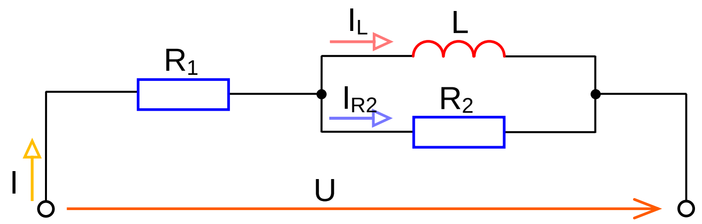
$$\left(\mathrm{S} = 5{,}634\ \mathrm{mVA} \Rightarrow |\mathrm{S}| = \frac{5{,}634}{1} = 5{,}63\ \mathrm{cm}\right)$$

$$(\varphi = 47°15'07{,}25'')$$



Příklad 1.7.3.2.

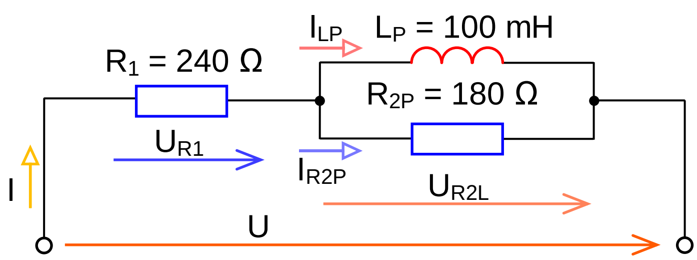
Zadání:



Vypočtěte proud tekoucí ze zdroje střídavého napětí U = 1 V, 400 Hz do sérioparalelního obvodu (viz obrázek) složeného z rezistoru R_1 s odporem $R_1 = 240\ \Omega$, cívky s indukčností L = 100 mH a z rezistoru R_2 s odporem $R_2 = 180\ \Omega$. Vypočtěte též složky výkonu odebíraného ze zdroje, parametry impedančního a admitančního trojúhelníku a fázový posun mezi proudem a napětím. Ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram, impedanční a admitanční trojúhelník a trojúhelník výkonů.

Řešení:

Schéma zapojení:

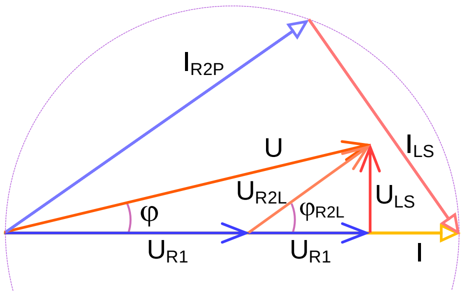


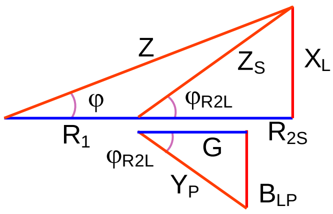
Členy paralelní větve označujeme například indexem „P“ ať je odlišíme od pozdějšího přepočtu na sériový náhradní obvod.

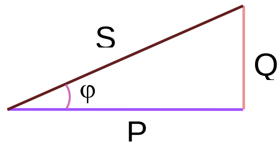
Vyjádření zadání:

$R_1 = 240\ \Omega$	$I = ?$
$L = 100\ mH = 0{,}1\ H$	$P, Q, S = ?$
$R_2 = 180\ \Omega$	$B_{LP}, G_{2P} = ?$
$U = 1\ V$	$X_{LS}, R_{2S} = ?$
$f = 400\ Hz$	$Y_P, Z_S, Z = ?$
	$I_{RP}, I_{LP}, U_{RS}, U_{LS}, U_{R1} = ?$
	$\varphi = ?$

Předpokládaný tvar fázorového diagramu, impedančního a admitančního trojúhelníku a trojúhelníku výkonů:







Vlastní výpočet:

Nejprve vypočteme vodivost rezistoru R_2:

$$G_{2P} = \frac{1}{R_2} \qquad G_{2P} = \frac{1}{180} \qquad G_{2P} = 5{,}56\ \mathrm{mS}$$

Poté vypočteme indukční susceptanci:

$$B_{LP} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot L} \qquad B_{LP} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 400 \cdot 0{,}1} \qquad B_{LP} = 3{,}98\ \mathrm{mS}$$

Pokračujeme výpočtem admitance paralelní části obvodu (R_2, L_P):

$$Y_P = \sqrt{G_{2P}^2 + B_{LP}^2} \qquad Y_P = \sqrt{(5{,}56 \cdot 10^{-3})^2 + (3{,}98 \cdot 10^{-3})^2} \qquad Y_P = 6{,}838\ \mathrm{mS}$$

Dále vypočteme impedanci, fázový posun a parametry náhradního sériového obvodu:

$$Z_P = \frac{1}{Y_P} = Z_S \qquad Z_S = \frac{1}{6{,}838 \cdot 10^{-3}} \qquad Z_S = 146{,}25\ \Omega$$

$$\varphi_{R2L} = \mathrm{arctg}\,\frac{B_{LP}}{G_P} \qquad \varphi_{R2L} = \mathrm{arctg}\,\frac{3{,}98 \cdot 10^{-3}}{5{,}56 \cdot 10^{-3}} \qquad \varphi_{R2L} = 35°\,35'\,46''$$

$$R_{2S} = Z_S \cdot \cos\varphi \qquad R_{2S} = 146{,}25 \cdot \cos 35°\,35'\,46'' \qquad R_{2S} = 118{,}92\ \Omega$$

$$X_{LS} = Z_S \cdot \sin\varphi \qquad X_{LS} = 146{,}25 \cdot \sin 35°\,35'\,46'' \qquad X_{LS} = 85{,}13\ \Omega$$

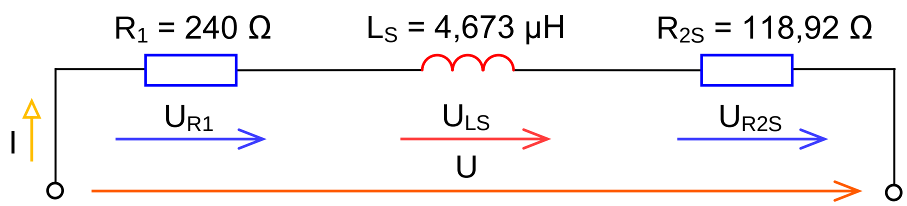
$$L_S = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot X_{LS}} \qquad L_S = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 400 \cdot 85{,}13} \qquad L_S = 4{,}673\ \mu H$$

Pro kontrolu si můžeme parametry náhradního sériového obvodu vypočíst ze vztahů odvozených v této kapitole:

$$R_{2S} = \frac{R_P \cdot X_{LP}^2}{R_P^2 + X_{LP}^2} = \frac{R_P \cdot \left(\frac{1}{B_{LP}}\right)^2}{R_P^2 + \left(\frac{1}{B_{LP}}\right)^2} \qquad R_{2S} = \frac{180 \cdot \left(\frac{1}{3{,}98\ \cdot 10^{-3}}\right)^2}{180^2 + \left(\frac{1}{3{,}98\ \cdot 10^{-3}}\right)^2} \qquad R_{2S} = 118{,}95\ \Omega$$

$$X_{2S} = \frac{R_P^2 \cdot X_{LP}}{R_P^2 + X_{LP}^2} = \frac{R_P^2 \cdot \left(\frac{1}{B_{LP}}\right)}{R_P^2 + \left(\frac{1}{B_{LP}}\right)^2} \qquad X_{2S} = \frac{180^2 \cdot \left(\frac{1}{3{,}98\ \cdot 10^{-3}}\right)}{180^2 + \left(\frac{1}{3{,}98\ \cdot 10^{-3}}\right)^2} \qquad X_{LS} = 85{,}22\ \Omega$$

Nyní si nakreslíme sériový náhradní obvod:



Poté vypočteme celkovou impedanci obvodu a z ní pak proud tekoucí ze zdroje:

$$Z = \sqrt{(R_1 + R_{2S})^2 + X_{LS}^2} \qquad Z = \sqrt{(240 + 118{,}92)^2 + 85{,}13^2} \qquad Z = 368{,}878\ \Omega$$

$$I = \frac{U}{Z} \qquad I = \frac{1}{368{,}878} \qquad I = 2{,}71\ mA$$

Můžeme také vypočíst fázový posun mezi celkovým proudem a napětím zdroje:

$$\varphi = \arccos\frac{R_1 + R_{2S}}{Z} \qquad \varphi = \arccos\frac{240 + 118{,}92}{368{,}78} \qquad \varphi = 13°\ 20'\ 36''$$

Dále vypočteme hodnoty úbytků napětí na jednotlivých prvcích náhradního obvodu a proudů v obou větvích paralelní části původního obvodu:

$$U_{R1} = R_1 \cdot I \qquad U_{R1} = 240 \cdot 2{,}71 \cdot 10^{-3} \qquad U_{R1} = 0{,}65\ V$$

$$U_{LS} = X_{LS} \cdot I \qquad U_{LS} = 85{,}13 \cdot 2{,}71 \cdot 10^{-3} \qquad U_{LS} = 0{,}231\ V$$

$$U_{R2S} = R_{2S} \cdot I \qquad U_{R2S} = 118{,}92 \cdot 2{,}71 \cdot 10^{-3} \qquad U_{R2S} = 0{,}322\ V$$

$$U_{R2L} = Z_S \cdot I \qquad U_{R2L} = 146{,}25 \cdot 2{,}71 \cdot 10^{-3} \qquad U_{R2L} = 0{,}396\ V$$

$$I_{LP} = U_{R2L} \cdot B_{LP} \qquad I_{LP} = 0{,}396 \cdot 3{,}98\ \cdot 10^{-3} \qquad I_{LP} = 1{,}576 \cdot 10^{-3}\ A = 1{,}576\ mA$$

$$I_{R2P} = U_{R2L} \cdot G_P \qquad I_{R2P} = 0{,}396 \cdot 5{,}56 \cdot 10^{-3} \qquad I_{R2P} = 2{,}2 \cdot 10^{-3}\ A = 2{,}2\ mA$$

Jelikož jsme si vypočetli všechny parametry fázorového diagramu můžeme přistoupit k jeho konstrukci:

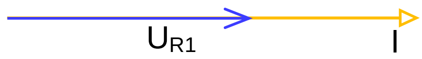
Nejdříve začneme fázorovým diagramem náhradního sériového obvodu, tedy vycházíme z proudu zdroje (zvolíme měřítko proudu: $1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 0{,}5\ \mathrm{mA}$):

– přepočteme proudovou hodnotu na hodnotu délkovou a narýsujeme fázor proudu:

$$\mathrm{I} = 2{,}71\ \mathrm{mA} \ \Rightarrow |\mathrm{I}| = \frac{2{,}71}{0{,}5} = 5{,}42\ \mathrm{cm}$$

– zvolíme měřítko napětí $1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 0{,}2\ \mathrm{V}$, přepočteme napěťovou hodnotu na hodnotu délkovou a narýsujeme ve fázi s proudem fázor úbytku napětí na rezistoru R_1 U_{R1}:

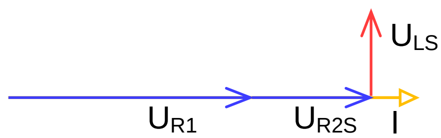
$$\mathrm{U_{R1}} = 0{,}65\ \mathrm{V} \Rightarrow |\mathrm{U_{R1}}| = \frac{0{,}65}{0{,}2} = 3{,}25\ \mathrm{cm}$$



– na konec fázoru U_{R1} přičteme fázory úbytků napětí na cívce s induktivní reaktancí X_{LS} a rezistoru R_{2S} (abychom ve fázorovém diagramu nekřížili fázory, přičteme nejdříve úbytek na R_{2S} a poté na X_S (i při součtu fázorů platí pravidlo komutativity). Napěťové hodnoty nejdříve přepočteme na hodnoty délkové a poté narýsujeme ve fázi s proudem fázor úbytku napětí na rezistoru R_{2S} (na konec U_{R1}) a o 90°před fázor proudu úbytek napětí na X_S (na konec U_{R2S}):

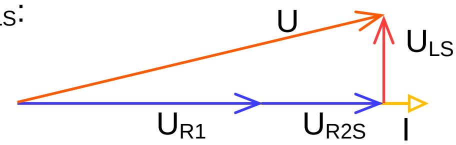
$$\mathrm{U_{R2S}} = 0{,}322\ \mathrm{V} \Rightarrow |\mathrm{U_{R2S}}| = \frac{0{,}322}{0{,}2} = 1{,}61\ \mathrm{cm}$$

$$\mathrm{U_{LS}} = 0{,}231\ \mathrm{V} \Rightarrow |\mathrm{U_{LS}}| = \frac{0{,}231}{0{,}2} = 1{,}16\ \mathrm{cm}$$



– fázor napětí U narýsujeme jako spojnici začátku fázoru úbytku napětí na rezistoru R_1 a konce fázoru úbytku na cívce U_{LS}:

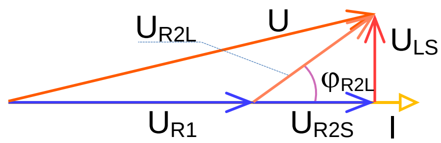
$$\left(\mathrm{U} = 1\ \mathrm{V} \Rightarrow |\mathrm{U}| = \frac{1}{0{,}2} = 5\ \mathrm{cm}\right)$$



– spojením začátku fázoru úbytku napětí na rezistoru R_{2S} a konce fázoru úbytku na cívce U_{LS} dostaneme napětí na paralelní části obvodu U_{R2L} svírající úhel φ_{R2L} s napětím U_{R2S}:

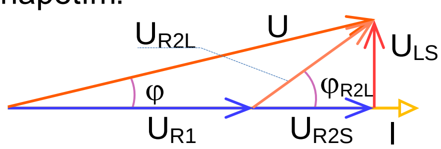
$$\left(\mathrm{U_{R2L}} = 0{,}396\ \mathrm{V} \Rightarrow |\mathrm{U_{R2L}}| = \frac{0{,}396}{0{,}2} = 1{,}98\ \mathrm{cm}\right)$$

$$(\varphi_{\mathrm{R2L}} = 35°\,35'\,46'')$$



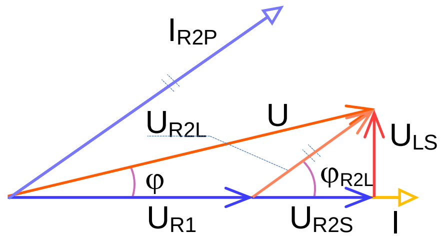
– vyznačíme také fázový posun mezi proudem a napětím:

$$(\varphi = 13°\,20'\,36'')$$



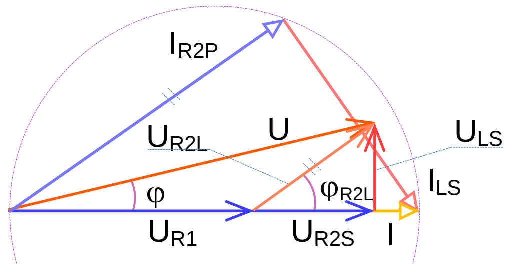
– ve fázi s napětím U_{R2L} na začátek fázoru proudu narýsujeme v proudovém měřítku fázor proudu tekoucího rezistorem R_{2P}:

$$I_{R2P} = 2{,}2\ \mathrm{mA}\ \Rightarrow |I_{R2P}| = \frac{2{,}2}{0{,}5} = 4{,}4\ \mathrm{cm}$$



– o 90° za fázor proudu I_{R2P} (na jeho konec) narýsujeme fázor proudu I_{LP} (přičemž konec fázoru I_{LP} musí končit na konci fázoru proudu zdroje I; při náčrtu si opět můžeme pomoci Thaletovou kružnicí o průměru proudu I):

$$I_{LP} = 1{,}576\ \mathrm{mA}\ \Rightarrow |I_{LP}| = \frac{1{,}576}{0{,}5} = 3{,}15\ \mathrm{cm}$$



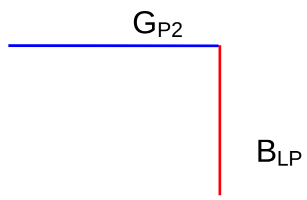
Nyní přistoupíme ke konstrukci admitančního a impedančního trojúhelníků (při konstrukci můžeme postupovat buď od náhradního obvodu ke skutečnému, tedy od celkové impedance, přes impedanci náhradní části k admitanci skutečné paralelní části obvodu, nebo naopak od skutečného obvodu, tedy od admitance paralelní části, přes impedanci náhradního obvodu k celkové impedanci – zvolíme například druhý postup – je dle postupu výpočtu):

– narýsujeme ve zvoleném vodivostním měřítku ($1\ \mathrm{cm} \triangleq 2\ \mathrm{mS}$) vodivost G_{P2}:

$$G_{P2} = 5{,}56\ \mathrm{mS} \Rightarrow |G_{P2}| = \frac{5{,}56}{2} = 2{,}78\ \mathrm{cm}$$

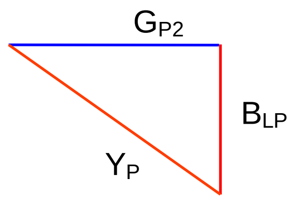
– dále narýsujeme úsečku indukční susceptance B_L otočenou o 90° směrem dolů:

$$B_{LP} = 3{,}98\ \mathrm{mS} \Rightarrow |B_{LP}| = \frac{3{,}98}{2} = 1{,}99\ \mathrm{cm}$$



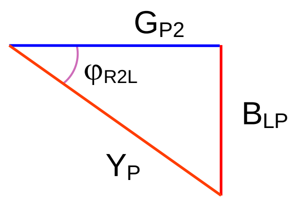
– jejich spojnice je pak admitance Y_P:

$$\left(Y_P = 6{,}838\ \mathrm{mS} \Rightarrow |Y_P| = \frac{6{,}838}{2} = 3{,}42\ \mathrm{cm}\right)$$



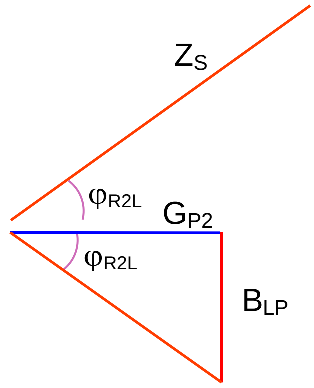
– znázorníme úhel φ_{R2L} mezi vodivostí a admitancí:

$$\varphi_{R2L} = 35°\ 35'\ 46''$$



– pod stejným úhlem, ale v opačném směru narýsujeme v ohmickém měřítku $(1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 30\ \Omega)$ impedanci Z_S:

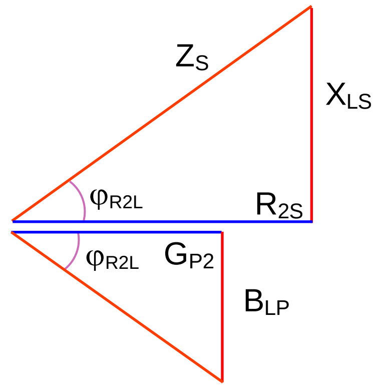
$$Z_S = 146{,}25\ \Omega \Rightarrow |Z_S| = \frac{146{,}25}{30} = 4{,}88\ \mathrm{cm}$$



– dále narýsujeme složky impedančního trojúhelníku R_{2S} (jako přilehlou stranu úhlu φ_{R2L}) a X_{LS} (jako protilehlou stranu úhlu φ_{R2L}):

$$R_{2S} = 118{,}92\ \Omega \Rightarrow |R_{2S}| = \frac{118{,}92}{30} = 3{,}96\ \mathrm{cm}$$

$$X_{LS} = 85{,}13\ \Omega \Rightarrow |X_{LS}| = \frac{85{,}13}{30} = 2{,}84\ \mathrm{cm}$$

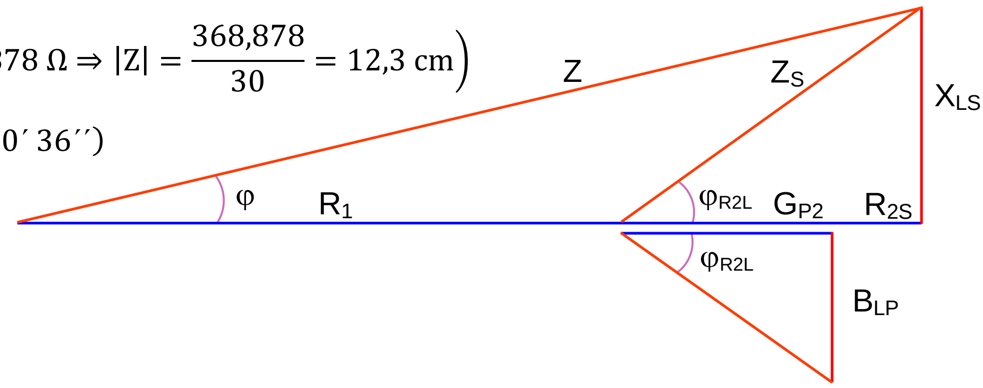


– nyní přičteme rezistor R_1 a dostaneme celkovou impedanci Z svírající s rezistorem R_1 úhel φ (z obrázku je patrné, že se jedná o trojúhelníky podobné fázorovému diagramu):

$$R_1 = 240\ \Omega \Rightarrow |R_1| = \frac{240}{30} = 8\ \mathrm{cm}$$

$$\left(Z = 368{,}878\ \Omega \Rightarrow |Z| = \frac{368{,}878}{30} = 12{,}3\ \mathrm{cm}\right)$$

$$(\varphi = 13°\ 20'\ 36'')$$



Zbývá vypočíst parametry výkonového trojúhelníku a narýsovat jej.

- Činný výkon P:

$P = U \cdot I \cdot \cos\varphi \qquad P = 1 \cdot 2{,}71 \cdot 10^{-3} \cdot \cos 13°\ 20'\ 36'' \qquad P = 2{,}637\ \mathrm{mW}$

- Jalový výkon Q:

$Q = U \cdot I \cdot \sin\varphi \qquad Q = 1 \cdot 2{,}71 \cdot 10^{-3} \cdot \sin 13°\ 20'\ 36'' \qquad Q = 0{,}625\ \mathrm{mvar}$

- Zdánlivý výkon S:

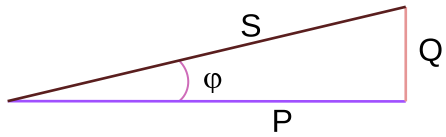
$S = U \cdot I$ $\quad S = 1 \cdot 2{,}71 \cdot 10^{-3}$ $\quad S = 2{,}71\ \mathrm{mVA}$

Zvolíme výkonové měřítko $1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 0{,}5\ \mathrm{mVA}$ a narýsujeme postupně činný, jalový a zdánlivý výkon a znázorníme úhel φ mezi činným a zdánlivým výkonem (z obrázku je opět zřejmé, že se jedná o trojúhelník podobný trojúhelníku celkové impedance a fázorovému diagramu):

$$P = 2{,}637\ \mathrm{mW} \Rightarrow |P| = \frac{2{,}637}{0{,}5} = 5{,}27\ \mathrm{cm}$$

$$Q = 0{,}625\ \mathrm{mvar} \Rightarrow |Q| = \frac{0{,}625}{0{,}5} = 1{,}25\ \mathrm{cm}$$

$$S = 2{,}71\ \mathrm{mVA} \Rightarrow |S| = \frac{2{,}71}{0{,}5} = 5{,}42\ \mathrm{cm}$$



$(\varphi = 13°\ 20'\ 36'')$

1.7.4. Výpočet sérioparalelních obvodů zjednodušováním obvodů pomocí impedancí a admitancí

POZNÁMKA:

Tento způsob výpočtu se používá, především potřebujeme-li nakreslit fázorové diagramy sérioparalelních obvodů.

ČAS KE STUDIU

90 minut teoretická příprava + 30 minut řešené příklady.

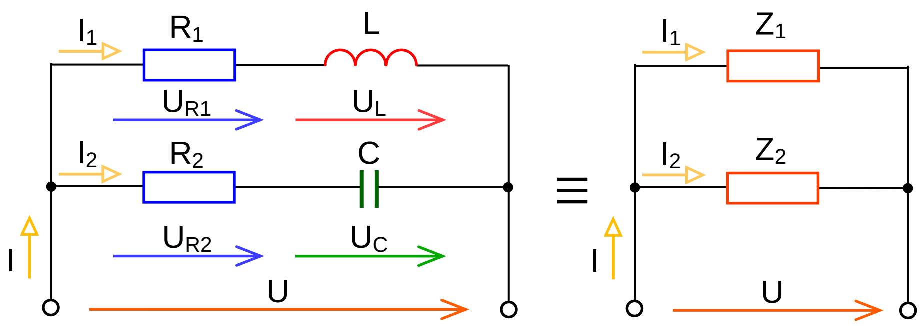
CÍL

Pochopit postup výpočtu sérioparalelních obvodů zjednodušováním pomocí impedancí a admitancí.

Nakreslit fázorové diagramy sérioparalelních obvodů.

VÝKLAD

Pro výklad použijeme stejné dva příklady jako v předchozí kapitole.



Skutečný obvod si nahradíme obvodem složeným z impedancí nahrazujících prvky v jednotlivých větvích obvodu (Z_1 a Z_2).

Nejdříve tedy vypočteme impedance jednotlivých větví Z_1 a Z_2:

$$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \qquad Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_L^2}$$

$$Xc = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} \qquad Z_2 = \sqrt{R_2^2 + X_C^2}$$

Dále vypočteme proudy ve větvích a jejich fázové posuny proti napětí (napětí je na paralelním náhradním obvodu složenému z impedancí Z_1 a Z_2 stejné):

$$I_1 = \frac{U}{Z_1} \qquad \varphi_1 = \arccos \frac{R_1}{Z_1}$$

$$I_2 = \frac{U}{Z_2} \qquad \varphi_2 = \arccos \frac{R_2}{Z_2}$$

Nyní můžeme vypočíst úbytky napětí na jednotlivých prvcích (vrátíme se z náhradního obvodu na původní, kde procházející větvové proudy I_1 a I_2 vytvářejí tyto úbytky):

$$U_{R1} = I_1 \cdot R_1 \qquad U_L = I_1 \cdot X_L$$

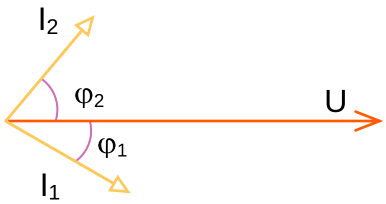
$$U_{R2} = I_2 \cdot R_2 \qquad U_C = I_2 \cdot X_C$$

Teď máme vypočítány všechny parametry fázorového diagramu a můžeme jej sestrojit:

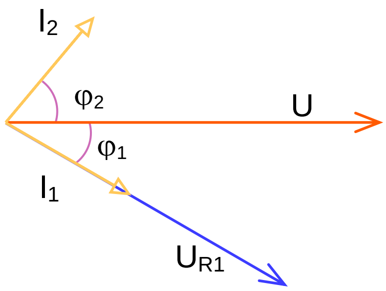
- celkový sérioparalelní obvod jsme nahradili paralelním obvodem složeným z impedancí Z_1 a Z_2 a v paralelním obvodu je řídícím fázorem fázor napětí

- dále zpožděný o úhel φ_1 narýsujeme fázor proudu I_1 (induktivní charakter impedance Z_1)

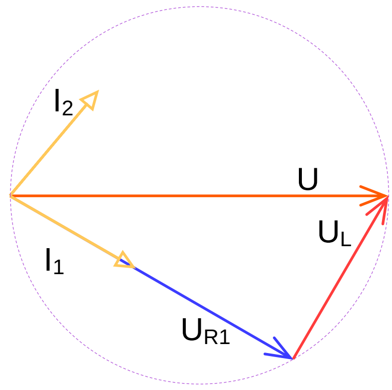
- a fázor proudu I_2 nakreslíme o úhel φ_2 před fázor napětí (kapacitní charakter impedance Z_2)



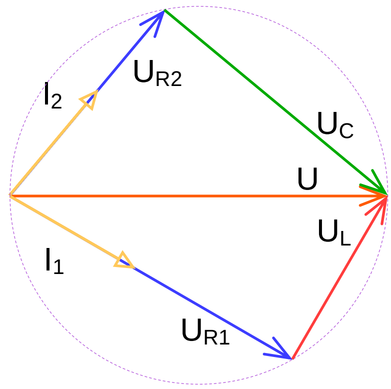
- ve směru proudu I_1 narýsujeme fázor úbytku napětí na rezistoru R_1



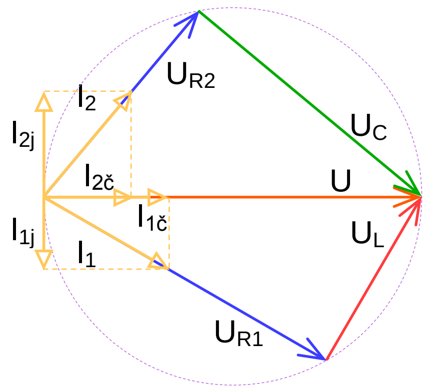
– na konec fázoru úbytku napětí na rezistoru R_1, o 90° před něj narýsujeme fázor úbytku napětí na cívce U_L, jejichž součet (dle druhého Kirchhoffova zákona) je roven napětí U (pro náčrty si opět můžeme pomoci Thaletovou kružnicí)



– stejným způsobem nakreslíme úbytek napětí na rezistoru R_2 (ve fázi s I_2) a na kondenzátoru (zpožďuje se za I_2 o 90°)



– dále můžeme rozdělit fázory proudů I_1 a I_2 na jejich činné a jalové složky (činná složka je vždy ve fázi s napětím a jalová je posunuta o 90° před nebo za napětí):



Hodnoty složek obou proudů můžeme vypočítat:

$$I_{1č} = I_1 \cdot \cos \varphi_1 \qquad I_{1j} = I_1 \cdot \sin \varphi_1$$

$$I_{2č} = I_2 \cdot \cos \varphi_2 \qquad I_{2j} = I_2 \cdot \sin \varphi_2$$

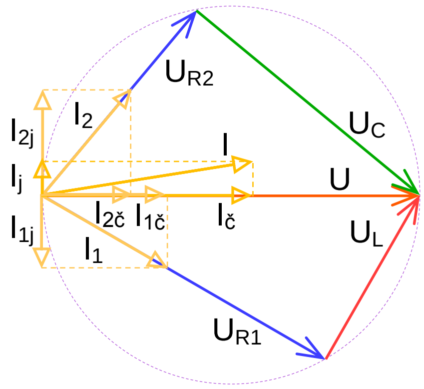
Jelikož celkový proud je dle prvního Kirchhoffova zákona dán součtem fázorů proudů I_1 a I_2 a jak je patrné z fázorového diagramu je činná složka celkového proudu dána součtem činných složek obou proudů a jalová složka celkového proudu je dána rozdílem jalových složek obou proudů (jsou v protifázi), pak složky celkového proudu jsou:

$$I_č = I_{1č} + I_{2č} \qquad I_j = I_{1j} - I_{2j}$$

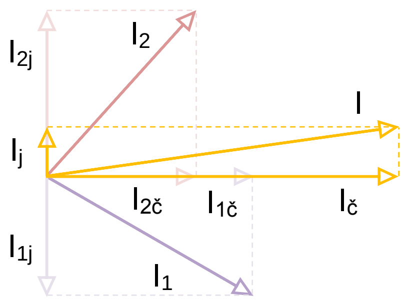
Po výpočtu složek propudu můžeme pokračovat v konstrukci fázorového diagramu:

- celkový proud je pak dán vektorovým součtem obou jeho složek ($I_č$ a I_j) nebo výpočtem pomocí Pythagorovy věty:

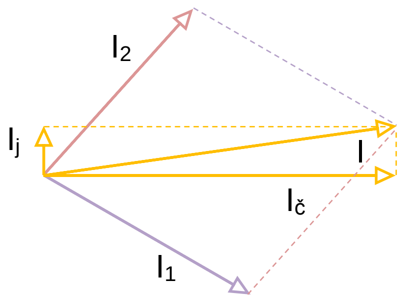
$$I = \sqrt{I_č^2 + I_j^2}$$



- pro lepší názornost uvádíme zvětšený detail fázorů proudu (pro lepší rozlišení v nestandartních barvách):



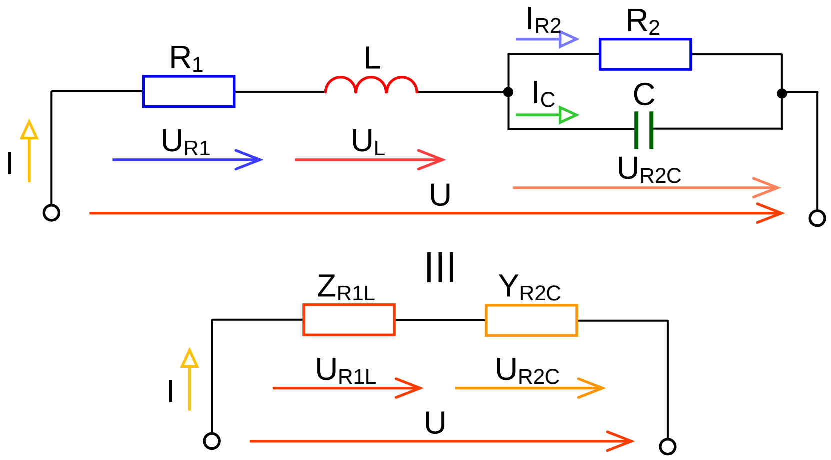
- jak již bylo řečeno součet proudů ve větvích (I_1 a I_2) je roven proudu zdroje. Což si můžeme vektorovým součtem ověřit i ve fázorovém diagramu (ukážeme si na zvětšeném detailu)



Pokud bychom měli za úkol vypočíst i velikost celkové impedance a admitance použili bychom vztahy:

$$Z = \frac{U}{I} \qquad Y = \frac{I}{U}$$

Druhý příklad:



U těchto typů příkladů, kdy výsledkem je sériový obvod, můžeme použít tuto metodu jen, když známe (máme zadán) celkový proud!

Vypočteme impedanci Z_{R1L} a admitanci Y_{R2C} a jejich fázové posuny:

$$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \qquad B_C = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot C \qquad G_2 = \frac{1}{R_2}$$

$$Z_{R1L} = \sqrt{R_1^2 + X_L^2} \qquad Y_{R2C} = \sqrt{G_2^2 + B_C^2}$$

$$\varphi_{R1L} = \arccos \frac{R_1}{Z_{R1L}} \qquad \varphi_{R2C} = \arccos \frac{G_2}{Y_{R2C}}$$

Nyní můžeme vypočíst úbytky napětí na obou prvcích:

$$U_{R1L} = I \cdot Z_{R1L} \qquad U_{R2C} = \frac{I}{Y_{R2C}}$$

Nyní se vrátíme k původnímu obvodu a vypočteme úbytky napětí na R_1 a L a proudy tekoucí R_2 a C:

$$U_{R1} = I \cdot R_1 \qquad U_{RL} = I \cdot X_L$$

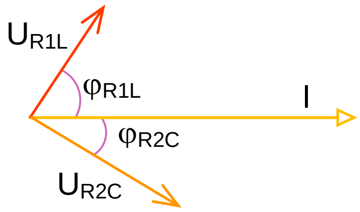
$$I_{R2} = \frac{U_{R2C}}{R_2} = U_{R2C} \cdot G_2 \qquad I_C = U_{R2C} \cdot B_C$$

Teď máme vypočteny všechny parametry fázorového diagramu a můžeme jej sestrojit:

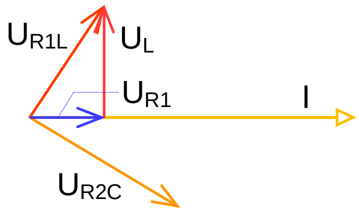
- celkový sérioparalelní obvod jsme nahradili sériovým obvodem složeným z impedance Z_{R1L} a admitance Y_{R2C} a v sériovém obvodu je řídícím fázorem fázor proudu

- před fázor proudu nakreslíme o úhel φ_{R1L} fázor napětí U_{R1L} (induktivní charakter impedance Z_{R1L})

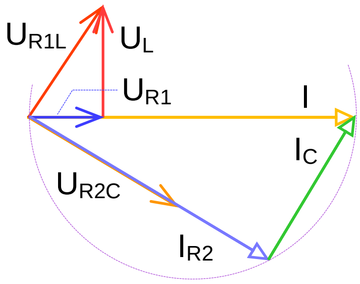
– dále narýsujeme fázor napětí U_{R2C} zpožděný o úhel φ_{R2C} (kapacitní charakter admitance Y_{R2C})



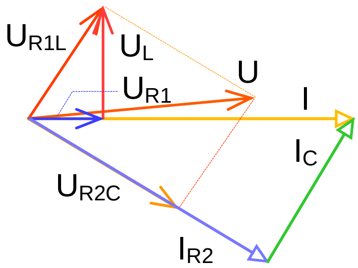
– ve směru proudu I narýsujeme fázor úbytku napětí na rezistoru R_1 a na jeho konec o 90° před něj fázor úbytku na cívce (jejich vektorový součet je roven napětí U_{R1L})



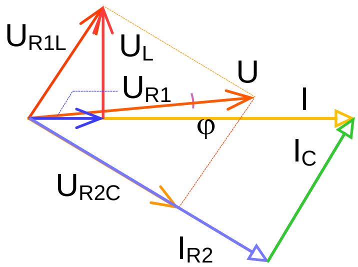
– ve fázi s napětím U_{R2C} narýsujeme proud I_{R2} tekoucí rezistorem R_2 a o 90° před něj fázor proudu I_C tekoucí kondenzátorem (jejich vektorový součet je roven celkovému proudu I; pro náčrt si můžeme opět pomoci Thaletovou kružnicí)



– zbývá udělat vektorový součet napětí U_{R1L} a U_{R2C} čímž dostaneme fázor napětí zdroje U



– nakonec ještě znázorníme úhel φ mezi proudem a napětím (z fázorového diagramu je patrné, že $\varphi = \varphi_{R1L} - \varphi_{R2C}$)

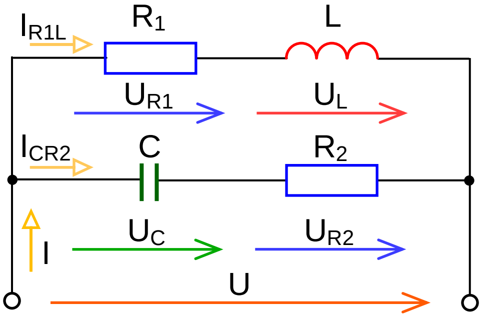


POZNÁMKA:

Využití zjednodušování obvodů pomocí impedancí a admitancí naleznete ve výukové prezentaci číslo 11.

ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

Příklad 1.7.4.1.



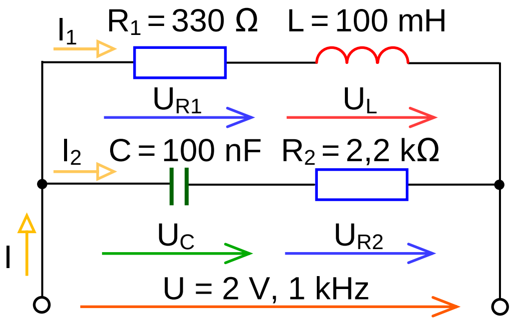
Pro porovnání výsledků použijeme stejný příklad jako v předchozí kapitole.

Zadání:

Vypočtěte proud tekoucí ze zdroje střídavého napětí U = 2 V, 1 kHz do sérioparalelního obvodu (viz obrázek) složeného z rezistoru R_1 s odporem R_1 = 330 Ω, cívky s indukčností L = 100 mH, z kondenzátoru s kapacitou C = 100 nF a z rezistoru R_2 s odporem R_2 = 2,2 kΩ.. Ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram.

Řešení:

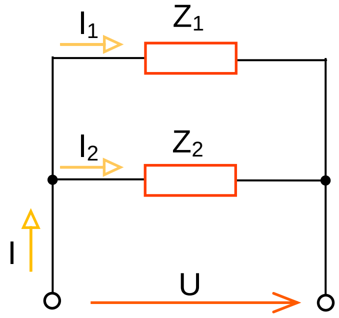
Schéma zapojení:



Vyjádření zadání:

R_1 = 330 Ω	I = ?
L = 100 mH = 0,1 H	P, Q, S = ?
C = 100 nF = 100 · 10^{-9} F	X_L, X_C =?
R_2 = 2,2 kΩ = 2 200 Ω	R_{1P}, X_{LP}, X_{CP}, R_{2P} = ?
U = 2 V	G_{1P}, B_{LP}, B_{CP}, G_{2P} = ?
f = 1 kHz = 1 000 Hz	Y_P = ?
	I_{R1P}, I_{LP}, I_{CP}, I_{R2P} = ?
	U_{R1}, U_L, U_C, U_{R2} = ?
	φ = ?

Celý obvod si nahradíme obvodem složeným z impedancí, které nahrazují prvky v obou větvích obvodu.



Vypočteme impedance obou větví Z_1 a Z_2:

$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \qquad X_L = 2 \cdot \pi \cdot 1\,000 \cdot 0{,}1 \qquad X_L = 628{,}32\ \Omega$

$$X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} \qquad X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 1\,000 \cdot 100 \cdot 10^{-9}} \qquad X_C = 1\,591{,}55\ \Omega$$

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_L^2} \qquad Z_1 = \sqrt{330^2 + 628{,}32^2} \qquad Z_1 = 709{,}708\ \Omega$$

$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + X_C^2}$ $\quad Z_2 = \sqrt{2\,200^2 + 1\,591{,}55^2}$ $\quad Z_2 = 2\,715{,}333\ \Omega$

Dále vypočteme proudy ve větvích a jejich fázové posuny proti napětí (napětí je na paralelním náhradním obvodu složenému z impedancí Z_1 a Z_2 stejné):

$$I_1 = \frac{U}{Z_1} \qquad I_1 = \frac{2}{709{,}708} \qquad I_1 = 0{,}002\,818\ \text{A} = 2{,}818\ \text{mA}$$

$$\varphi_1 = \arccos\frac{R_1}{Z_1} \qquad \varphi_1 = \arccos\frac{330}{709{,}708} \qquad \varphi_1 = 62°17'27{,}87''$$

$$\cos\varphi_1 = 0{,}464\,98 \qquad \sin\varphi_1 = 0{,}885\,321$$

$$I_2 = \frac{U}{Z_2} \qquad I_2 = \frac{2}{2\,715{,}333} \qquad I_2 = 0{,}000\,737\ \text{A} = 0{,}737\ \text{mA}$$

$$\varphi_2 = \arccos\frac{R_2}{Z_2} \qquad \varphi_2 = \arccos\frac{2\,200}{2\,715{,}333} \qquad \varphi_2 = 35°52'59{,}46''$$

$$\cos\varphi_2 = 0{,}810\,214 \qquad \sin\varphi_2 = 0{,}586\,135$$

Chceme-li vypočíst i hodnotu celkového proudu (můžeme ji zjistit i graficky z fázorového diagramu) musíme spočítat činné a jalové složky větvových proudů a z nich pak činnou a jalovou složku proudu zdroje:

$$I_{1č} = I_1 \cdot \cos\varphi_1 \qquad I_{1č} = 2{,}818 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}464\,98 \qquad I_{1č} = 1{,}31\ \text{mA}$$

$$I_{1j} = I_1 \cdot \sin\varphi_1 \qquad I_{1j} = 2{,}818 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}885\,321 \qquad I_{1j} = 2{,}495\ \text{mA}$$

$$I_{2č} = I_2 \cdot \cos\varphi_2 \qquad I_{2č} = 0{,}737 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}810\,214 \qquad I_{2č} = 0{,}597\ \text{mA}$$

$$I_{2j} = I_2 \cdot \sin\varphi_2 \qquad I_{2j} = 0{,}737 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}586\,135 \qquad I_{2j} = 0{,}432\ \text{mA}$$

$$I_č = I_{1č} + I_{2č} \qquad I_č = 1{,}31 \cdot 10^{-3} + 0{,}597 \cdot 10^{-3} \qquad I_č = 1{,}907\ \text{mA}$$

$$I_j = I_{1j} - I_{2j} \qquad I_j = 2{,}495 \cdot 10^{-3} - 0{,}432 \cdot 10^{-3} \qquad I_j = 2{,}063\ \text{mA}$$

$$I = \sqrt{I_č^2 + I_j^2} \qquad I = \sqrt{(1{,}907 \cdot 10^{-3})^2 + (2{,}063 \cdot 10^{-3})^2}$$

$$I = 2{,}809\ \text{mA}$$

Můžeme vypočíst i fázový posun φ mezi proudem a napětím zdroje:

$$\varphi = \arccos\frac{I_č}{I} \qquad \varphi = \arccos\frac{(1{,}907 \cdot 10^{-3})}{(2{,}809 \cdot 10^{-3})} \qquad \varphi = 47°14'35{,}13''$$

Nyní můžeme vypočíst úbytky napětí na jednotlivých prvcích (vrátíme se z náhradního obvodu na původní, kde procházející větvové proudy I_1 a I_2 vytvářejí tyto úbytky):

$$U_{R1} = I_1 \cdot R_1 \qquad U_{R1} = 2{,}818 \cdot 10^{-3} \cdot 330 \qquad U_{R1} = 0{,}93\ \text{V}$$

$$U_L = I_1 \cdot X_L \qquad U_L = 2{,}818 \cdot 10^{-3} \cdot 628{,}32 \qquad U_L = 1{,}771\ \text{V}$$

$U_C = I_2 \cdot X_C$ $\quad U_C = 0{,}737 \cdot 10^{-3} \cdot 1\,591{,}55$ $\quad U_C = 1{,}173\ \mathrm{V}$

$U_{R2} = I_2 \cdot R_2$ $\quad U_{R2} = 0{,}737 \cdot 10^{-3} \cdot 2\,200$ $\quad U_{R2} = 1{,}621\ \mathrm{V}$

Teď máme vypočítány všechny parametry fázorového diagramu a můžeme jej sestrojit. Zvolíme si napěťové měřítko $1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 0{,}25\ \mathrm{V}$ a měřítko proudové $1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 0{,}5\ \mathrm{mA}$:

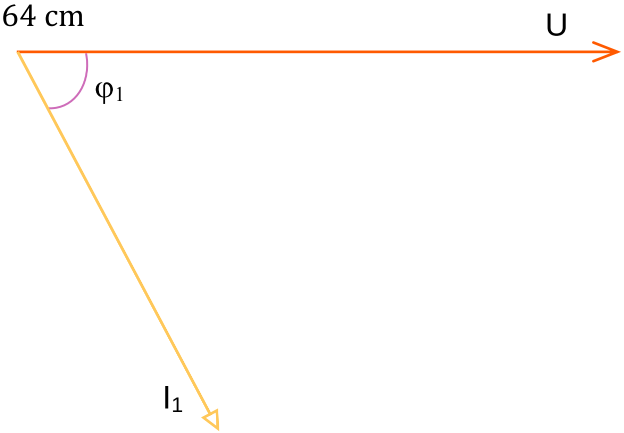
– celkový sérioparalelní obvod jsme nahradili paralelním obvodem složeným z impedancí Z_1 a Z_2 a v paralelním obvodu je řídícím fázorem fázor napětí

$U = 2\ \mathrm{V} \Rightarrow |U| = \dfrac{2}{0{,}25} = 8\ \mathrm{cm}$

– dále zpožděný o úhel φ_1 narýsujeme fázor proudu I_1 (induktivní charakter impedance Z_1)

$I_1 = 2{,}818\ \mathrm{mA} \Rightarrow |I_1| = \dfrac{2{,}818}{0{,}5} = 5{,}64\ \mathrm{cm}$

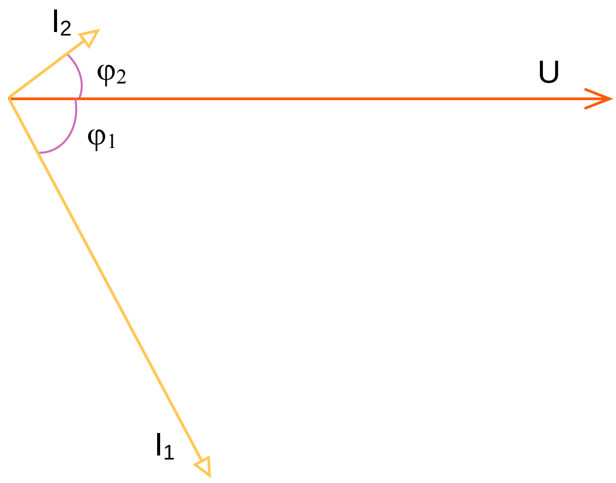
$\varphi_1 = 62°17'27{,}87''$



– obdobně nakreslíme o úhel φ_2 před fázor napětí fázor proudu I_2 (kapacitní charakter impedance Z_2)

$I_2 = 0{,}737\ \mathrm{mA} \Rightarrow |I_2| = \dfrac{0{,}737}{0{,}5} = 1{,}47\ \mathrm{cm}$

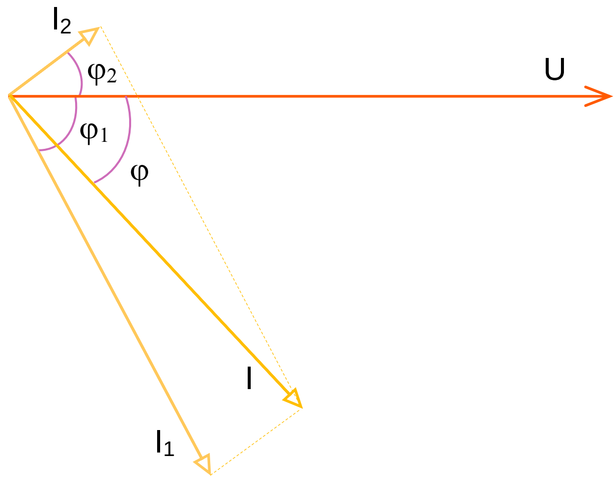
$\varphi_2 = 35°52'59{,}46''$



– vektorovým součtem obou větvových proudů dostaneme proud I tekoucí ze zdroje (posunutý proti fázoru napětí o úhel φ)

$$\left(\mathrm{I} = 2{,}809\ \mathrm{mA} \Rightarrow |\mathrm{I}| = \frac{2{,}809}{0{,}5} = 5{,}62\ \mathrm{cm}\right)$$

$$(\varphi = 47°14´35{,}13´´)$$



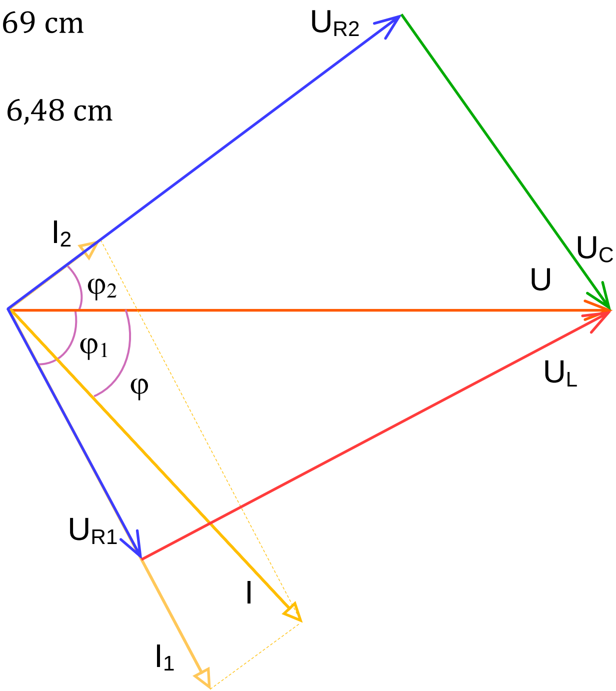
– nakonec ještě nakreslíme úbytky napětí na prvcích původního obvodu. Ve fázi s proudem I_1 narýsujeme úbytek na rezistoru R_1 (U_{R1}) a na jeho konec o 90° před něj narýsujeme fázor úbytku napětí na cívce U_L. Obdobně narýsujeme i úbytek napětí na rezistoru R_2 (U_{R2}) ve fázi s proudem I_2 a na jeho konec o 90° za něj narýsujeme fázor úbytku napětí na kondenzátoru U_C.

$$\mathrm{U_{R1}} = 0{,}93\ \mathrm{V} \Rightarrow |\mathrm{U_{R1}}| = \frac{0{,}93}{0{,}25} = 3{,}72\ \mathrm{cm}$$

$$\mathrm{U_L} = 1{,}771\ \mathrm{V} \Rightarrow |\mathrm{U_L}| = \frac{1{,}771}{0{,}25} = 7{,}08\ \mathrm{cm}$$

$$\mathrm{U_C} = 1{,}173\ \mathrm{V} \Rightarrow |\mathrm{U_C}| = \frac{1{,}173}{0{,}25} = 4{,}69\ \mathrm{cm}$$

$$\mathrm{U_{R2}} = 1{,}621\ \mathrm{V} \Rightarrow |\mathrm{U_{R2}}| = \frac{1{,}621}{0{,}25} = 6{,}48\ \mathrm{cm}$$



1.8. Skutečné parametry rezistorů, cívek a kondenzátorů


ČAS KE STUDIU

45 minut teoretická příprava + 25 minut řešené příklady.


CÍL

Pochopit parazitní parametry reálných prvků R, L a C. Poznat náhradní schémata skutečných prvků R, L a C.


POJMY K ZAPAMATOVÁNÍ

Skutečný rezistor = rezistor s nezanedbatelnými parazitními parametry (povrchový jev, indukčnost rezistoru, kapacita mezi vývody).

Skutečná cívka = cívka s nezanedbatelnými parazitními parametry (ztrátový odpor, povrchový jev, kapacita mezi vývody a mezi závity).

Skutečný kondenzátor = kondenzátor s nezanedbatelnými parazitními parametry (izolační odpor, povrchový jev, ztráty v dielektriku, indukčnost fólií a vývodů).

Skinefekt = povrchový jev = vytlačování proudu procházejícího vodičem k povrchu vodiče.

Ztrátový úhel = je to úhel, o který je zmenšen fázový posun mezi proudem a napětím na skutečné cívce (resp. skutečném kondenzátoru) proti fázovému posunu na cívce ideální (resp. ideálním kondenzátoru). Značí se řeckým písmenem δ.

Ztrátový činitel = jedná se o tangentu ztrátového úhlu (tg δ).

Činitel jakosti = značí se Q a je dán převrácenou hodnotou ztrátového činitele
Q = 1/tg δ.

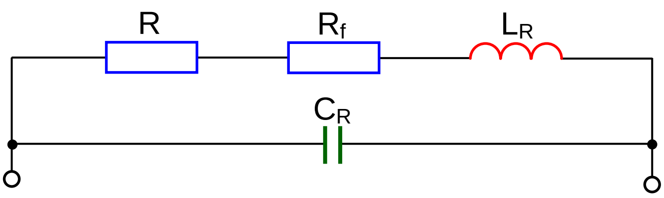

VÝKLAD

Ve všech předchozích kapitolách jsme počítali jen s ideálními prvky obvodů, tedy s ideálním rezistorem s odporem R, ideální cívkou s indukčností L a ideálním kondenzátorem s kapacitou C. Teď si řekneme něco o skutečných neboli reálných prvcích R, L a C.

1.8.1. Skutečný rezistor

Skutečný rezistor má v obvodu střídavého proudu větší odpor než v obvodu stejnosměrném, neboť se projevuje odpor způsobený tzv. povrchovým jevem neboli skinefektem a navíc má skutečný rezistor i indukční reaktanci způsobenou vlastní indukčností rezistoru (největší indukčnost mají rezistory vinuté z odporového drátu do tvaru cívky) a kapacitní reaktanci způsobenou kapacitou mezi vývody rezistoru (popř. se přičítá i kapacita mezi závity u vinutých rezistorů).

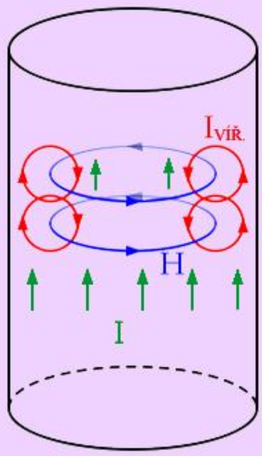
Skutečný rezistor tak můžeme popsat pomocí náhradního obvodu složeného z do série spojeného vlastního rezistoru R, odporu vlivem skinefektu R_f a cívky představující indukčnost rezistoru L_R a k nim paralelně připojeného kondenzátoru představujícího parazitní kapacitu rezistoru C_R.



Jelikož jsou v náhradním obvodu cívka a kondenzátor je reálný rezistor závislý i na frekvenci střídavého proudu.

Nicméně pro většinu běžných výpočtů do frekvence 20 kHz můžeme reálný rezistor považovat za ideální.

POZNÁMKA:

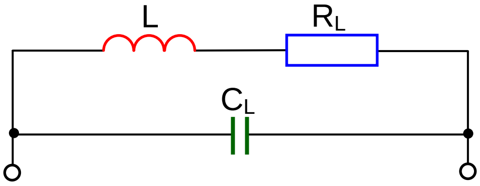


Povrchový jev neboli skinefekt způsobuje vytlačování procházejícího proudu k povrchu vodiče. Elektrický střídavý proud procházející vodičem vytváří kolem něj indukční magnetický tok. Část tohoto toku prochází i samotným vodičem a indukuje v něm vířivé proudy. Ty se uzavírají tak, že blíže ke středu vodiče mají opačný směr než původní elektrický proud a tedy se od něj odečítají a naopak blíže k povrchu jsou směry vířivých proudů s původním proudem souhlasné a sčítají se s ním. Tloušťka povrchové vrstvy, kterou prochází proud je tím menší, čím vyšší je frekvence proudu a čím větší jsou průřez, vodivost a relativní permeabilita vodiče.

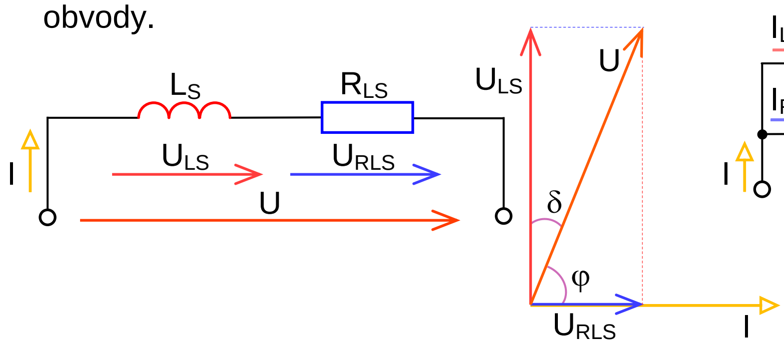
1.8.2. Skutečná cívka

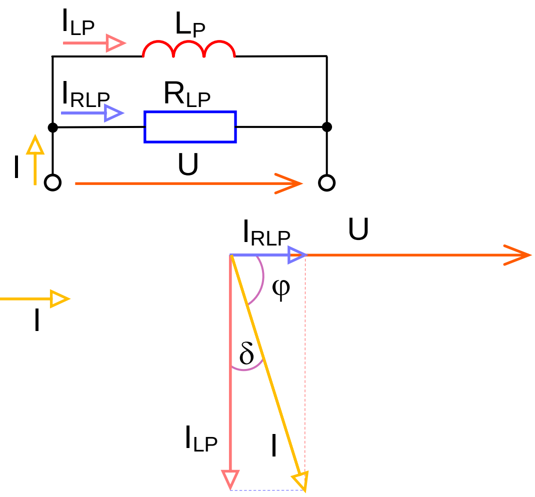
Skutečná cívka má kromě vlastní indukčnosti L i nezanedbatelný činný odpor vodiče, ze kterého je cívka navinuta a ten se musí navýšit i o vliv skinefektu celkový tzv. ztrátový odpor cívky značíme R_L. V reálné cívce se uplatňuje též parazitní kapacita C_L představující kapacitu mezi vývody a kapacitu mezi jednotlivými závity cívky.

Náhradní schéma skutečné cívky je tedy složeno ze sériové kombinace indukčnosti a rezistoru se ztrátovým odporem R_L a k nim paralelně připojeného kondenzátoru s kapacitou C_L.



Pro většinu výpočtů s reálnou cívkou můžeme parazitní kapacitu zanedbat a vystačíme si se spojením R_L a L a to častěji do série, ale můžeme použít i náhradní schéma paralelní. Obě náhradní schémata si budou rovny, neboť se jedná o duální obvody.





Vlivem ztrátového odporu cívky dochází ke zmenšení fázového posunu mezi proudem a napětím na míň než 90° a to tzv. ztrátový úhel δ. Tangens tohoto úhlu se nazývá ztrátový činitel (tg δ). Z fázorových diagramů náhradních schémat je patrné, že ztrátový činitel můžeme vypočíst ze vztahů:

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{U_{RLS}}{U_{LS}} = \frac{I \cdot R_{LS}}{I \cdot X_{LS}} = \frac{R_{LS}}{X_{LS}} \qquad \operatorname{tg}\delta = \frac{I_{RLP}}{I_{LP}} = \frac{\frac{U}{R_{LP}}}{\frac{U}{X_{LP}}} = \frac{X_{LP}}{R_{LP}}$$

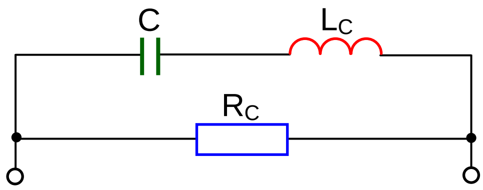
Převrácením ztrátového činitele dostaneme činitel jakosti náhradního obvodu Q.

$$Q = \frac{X_{LS}}{R_{LS}} \qquad Q = \frac{R_{LP}}{X_{LP}}$$

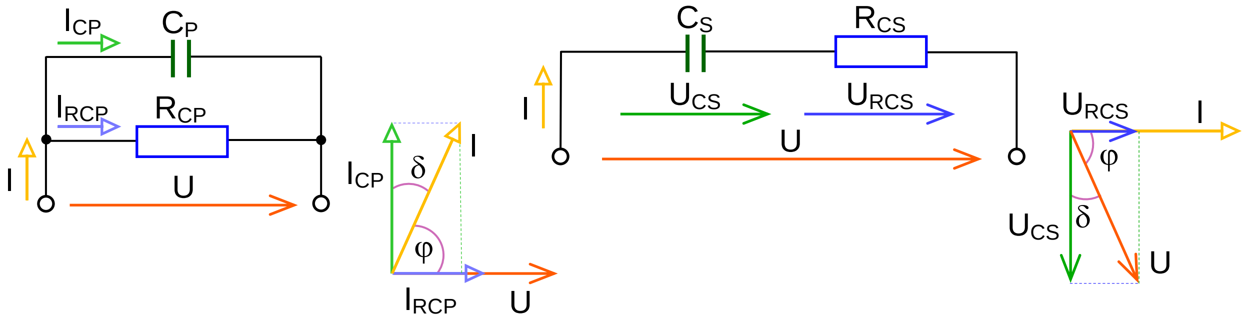
1.8.3. Skutečný kondenzátor

Kondenzátor ve skutečnosti nemá jenom kapacitu C, ale musíme počítat i s izolačním odporem, odporem způsobeným povrchovým jevem, odporem představujícím ztráty v dielektriku, s indukčností vývodů a u svitkových kondenzátorů s indukčností fólií (při vysokých kmitočtech dosti značnou).

Náhradní schéma je pak tvořeno sériovým spojením vlastního kondenzátoru s kapacitou C s cívkou s parazitní indukčností L_C a k nim je paralelně připojen rezistor s odporem R_C odpovídajícím součtu všech parazitních odporů.



Ve většině případů můžeme parazitní indukčnost zanedbat a zůstane nám náhradní obvod složený z paralelně spojeného kondenzátoru a rezistoru, nebo dokonce můžeme pro velké množství výpočtů skutečný kondenzátor dát roven kondenzátoru ideálnímů. Opět můžeme použít i duální obvod sériový.



Vlivem ztrátového odporu kondenzátoru dochází ke zmenšení fázového posunu mezi proudem a napětím na míň než 90° a to tzv. ztrátový úhel δ (tg δ = ztrátový činitel). Z fázorových diagramů náhradních schémat je patrné, že ztrátový činitel můžeme vypočíst ze vztahů:

$$\mathrm{tg}\,\delta = \frac{I_{RCP}}{I_{CP}} = \frac{\dfrac{U}{R_{CP}}}{U \cdot X_{CP}} = \frac{1}{R_{CP} \cdot X_{CP}} = \frac{1}{\omega \cdot R_{CP} \cdot C_P} \qquad \mathrm{tg}\,\delta = \frac{U_{RCS}}{U_{CS}} = \frac{I \cdot R_{CS}}{\dfrac{I}{\omega \cdot C_P}} = \omega \cdot R_{CS} \cdot C_S$$

Převrácením ztrátového činitele dostaneme činitel jakosti náhradního obvodu Q.

$$Q = \omega \cdot R_{CP} \cdot C_P \qquad Q = \frac{1}{\omega \cdot R_{CS} \cdot C_S}$$

Σ SHRNUTÍ POJMŮ

Skutečný rezistor, skutečná cívka, skutečný kondenzátor, povrchový jev neboli skinefekt, ztrátový činitel, činitel jakosti.

? OTÁZKY

Které parazitní parametry se projevují u reálných rezistorů, cívek a kondenzátorů a které z nich nemůžeme při běžných výpočtech zanedbat?

Co je to skinefekt a jak se projevuje?

Co to jsou ztrátový činitel a činitel jakosti a jaký je mezi nimi vztah?

ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

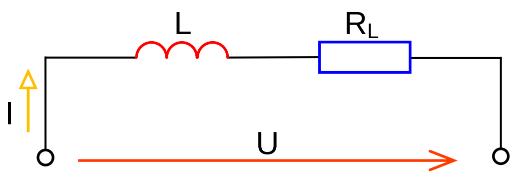
Příklad 1.8.3.1.

Zadání:

Vypočtěte činitel jakosti, ztrátový činitel a fázový posun mezi proudem a napětím na reálné cívce s indukčností 200 mH, je-li odpor jejího vinutí 100 Ω. Cívka je připojena ke zdroji napětí 1 V, 1 kHz.

Řešení:

Schéma zapojení:



Vyjádření zadání:

L = 200 mH = 0,2 H R = 100 Ω U = 1 V f = 1 kHz = 1000 Hz	Q = ? tg δ = ? φ = ?

Pro výpočet použijeme nejčastěji používaný náhradní obvod tedy obvod sériový.

Induktivní reaktance cívky je:

$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \qquad X_L = 2 \cdot \pi \cdot 1\,000 \cdot 0{,}2 \qquad X_L = 1\,256{,}64\ \Omega$

Činitel jakosti:

$$Q = \frac{X_L}{R_L} \qquad Q = \frac{1\,256{,}64}{100} \qquad Q = 12{,}566$$

Ztrátový činitel:

$$\mathrm{tg}\,\delta = \frac{R_L}{X_L} \qquad \mathrm{tg}\,\delta = \frac{100}{1\,256{,}64} \qquad \mathrm{tg}\,\delta = 0{,}079\,577$$

Ztrátový úhel:

$$\delta = \mathrm{arctg}\,\frac{R_L}{X_L} \qquad \delta = \mathrm{arctg}\,\frac{100}{1\,256{,}64} \qquad \delta = 4°\,32'\,59{,}5''$$

Fázový posun:

$$\varphi = 90° - \delta \qquad \varphi = 90° - 4°\,32'\,59{,}5'' \qquad \varphi = 85°\,27'\,0{,}5''$$

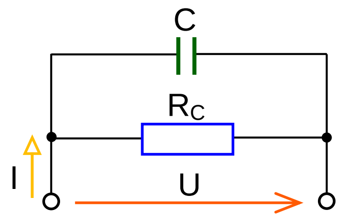
Příklad 1.8.3.2.

Zadání:

Jaký je ztrátový odpor skutečného kondenzátoru s kapacitou 0,5 μF, je-li jeho ztrátový činitel 0,01. Kondenzátor je připojen ke zdroji napětí 2 V, 15 kHz. Vypočtěte i činitel jakosti, a fázový posun mezi proudem a napětím.

Řešení:

Schéma zapojení:



Vyjádření zadání:

$C = 0{,}5\ \mu F = 0{,}5 \cdot 10^{-6}\ F$	$R_C = ?$
$\mathrm{tg}\ \delta = 0{,}01$	$Q = ?$
$U = 2\ V$	$\varphi = ?$
$f = 15\ kHz = 15\ 000\ Hz$	

Pro výpočet použijeme nejčastěji používaný náhradní obvod tedy obvod paralelní.

Úhlová rychlost:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f \qquad \omega = 2 \cdot \pi \cdot 15\ 000 \qquad \omega = 94\ 247{,}78\ \mathrm{rad} \cdot \mathrm{s}^{-1}$$

Ze vztahu pro ztrátový činitel vypočteme ztrátový odpor kondenzátoru:

$$\mathrm{tg}\,\delta = \frac{1}{\omega \cdot R_C \cdot C} \Rightarrow R_C = \frac{1}{\omega \cdot \mathrm{tg}\,\delta \cdot C} \qquad R_C = \frac{1}{94\ 247{,}78 \cdot 0{,}01 \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-6}}$$

$$R_C = 2\ 122{,}07\ \Omega$$

Činitel jakosti:

$$Q = \frac{1}{\mathrm{tg}\,\delta} \qquad Q = \frac{1}{0{,}01} \qquad Q = 100$$

Ztrátový úhel:

$$\mathrm{tg}\,\delta = 0{,}01 \Rightarrow \delta = \mathrm{arctg}\ 0{,}01 \qquad \delta = 0°34'22{,}6''$$

Fázový posun:

$$\varphi = 90° - \delta \qquad \varphi = 90° - 0°34'22{,}6'' \qquad \varphi = 89°25'37{,}4''$$

1.9. Řešení obvodů střídavého proudu symbolickou metodou

Symbolická metoda využívá vyjadřování fázorů elektrických střídavých sinusových veličin pomocí komplexních čísel a jejich geometrické znázorňování v tzv. Gaussově rovině. V této kapitole popíšeme, jak se dají některé obvody jednodušeji spočítat pomocí komplexních čísel.

POZNÁMKA:

Symbolickou metodu řešení obvodů používáme především pro výpočet velmi rozsáhlých a složitých obvodů napájených jedním zdrojem střídavého napětí (napájení z více zdrojů není součástí tohoto textu).

1.9.1. Komplexní číslo

ČAS KE STUDIU

30 minut teoretická příprava.

CÍL

Seznámit se s komplexními čísly a s jejich zobrazováním v Gaussově rovině.
Seznámit se se všemi tvary komplexního čísla (složkový, goniometrický a exponenciální).

POJMY K ZAPAMATOVÁNÍ

Komplexní číslo = číslo složené ze dvou částí, z části reálné a z části imaginární, geometricky se zobrazuje v tzv. Gaussově rovině. V tomto textu jej značíme obrysovým písmenem velké abecedy (např. $\mathbb{K}$).

Gaussova rovina = rovina pro zobrazení komplexních čísel, je popsána reálnou osou (Re - osa x) a osou imaginární (Im - osa y).

Velikost komplexního čísla = vzdálenost komplexního čísla od počátku souřadnic.

Argument komplexního čísla = úhel mezi znázorněním komplexního čísla a reálnou osou.

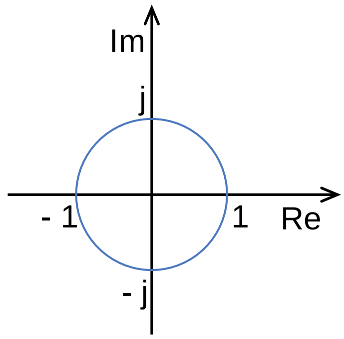
Imaginární jednotka = číslo j definované jako odmocnina z -1$\left(\mathrm{j} = \sqrt{-1}\,;\;\ \mathrm{j}^2 = -1\right)$.

Komplexně sdružené číslo = číslo, které má s původním komplexním číslem stejnou reálnou část a jeho imaginární část má opačné znaménko.

POZNÁMKA:

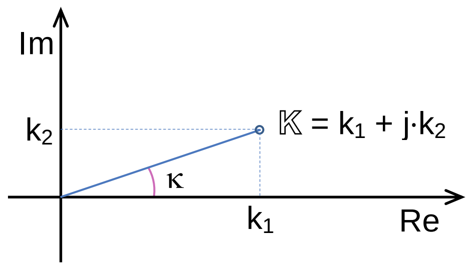
V matematice se imaginární jednotka značí písmenem i, ale v elektrotechnice používáme značení písmenem j, aby se označení nepletlo s označením okamžité hodnoty proudu.

VÝKLAD



Gaussova rovina je popsána tzv. reálnou osou (označenou Re) a na ni kolmou tzv. osou imaginární (Im). Když v této rovině nakreslíme tzv. jednotkovou kružnici (kružnici o poloměru 1), pak na reálné ose vytkne číslo 1 v kladné poloose a číslo –1 v poloose záporné a na imaginární ose číslo j v kladné poloose a číslo – j v poloose záporné. Kde j je tzv. imaginární jednotka definovaná jako odmocnina z mínus jedné $\left(\mathrm{j} = \sqrt{-1} \Rightarrow \mathrm{j}^2 = -1\right)$.

Každé komplexní číslo $\mathbb{K}$ umístěné v Gaussově rovině můžeme vyjádřit pomocí jeho složek k_1 a k_2 vytknutých na jednotlivých osách (tzv. složkový tvar komplexního čísla):
$\mathbb{K} = k_1 + j \cdot k_2$.



Absolutní velikost komplexního čísla je dána jeho vzdáleností od počátku a můžeme ji vypočíst ze vztahu:

$$\mathrm{K} = \sqrt{\mathrm{k}_1^2 + \mathrm{k}_2^2}.$$

Úhel κ je tzv. argument komplexního čísla a můžeme jej vypočíst pomocí některé goniometrické funkce ze vztahů:

$$\kappa = \arccos\frac{\mathrm{k}_1}{\mathrm{K}}; \quad \kappa = \arcsin\frac{\mathrm{k}_2}{\mathrm{K}}; \quad \kappa = \mathrm{arctg}\frac{\mathrm{k}_2}{\mathrm{k}_1}.$$

Vyjádříme-li si složky komplexního čísla pomocí goniometrických funkcí, můžeme komplexní číslo vyjádřit také v tzv. goniometrickém tvaru:

$\mathbb{K} = K \cdot \cos\kappa + j \cdot K \cdot \sin\kappa = K \cdot (\cos\kappa + j \cdot \sin\kappa)$.

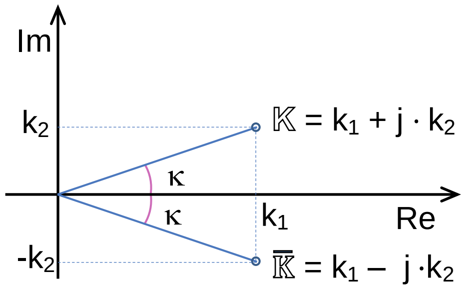
Využijeme-li tzv. Eulerova vztahu ($e^{\pm j\varphi} = \cos\varphi \pm j \cdot \sin\varphi$), můžeme komplexní číslo vyjádřit i v exponenciálním tvaru:

$\mathbb{K} = K \cdot e^{j\kappa}$, kde e je tzv. Eulerovo číslo, které je základem přirozeného logaritmu a je přibližně e = 2,718 28.

Takže obecně lze komplexní číslo $\mathbb{K}$ vyjádřit ve tvaru:

$\mathbb{K} = k_1 \pm j \cdot k_2 = K \cdot (\cos \kappa \pm j \cdot \sin \kappa) = K \cdot e^{\pm j\kappa}$.

V Gaussově rovině můžeme ke komplexnímu číslu $\mathbb{K}$ také najít číslo komplexně sdružené $\overline{\mathbb{K}}$, které má stejnou reálnou složku, ale imaginární složka má opačné znaménko: $\overline{\mathbb{K}} = k_1 - j \cdot k_2$.



POZNÁMKA:

Teorii komplexního čísla naleznete ve výukové prezentaci číslo 12.

SHRNUTÍ POJMŮ

Komplexní číslo, reálná složka komplexního čísla, imaginární složka komplexního čísla, Gaussova rovina, složkový tvar komplexního čísla, goniometrický tvar komplexního čísla, exponenciální tvar komplexního čísla, komplexně sdružené číslo. Velikost a argument komplexního čísla

OTÁZKY

Jakými osami popisujeme Gaussovu rovinu?

Jak nazýváme složky komplexního čísla.

Co je to číslo komplexně sdružené?

PRAKTICKÉ ÚLOHY

Úloha 1. 9. 1. 1.

Vyjádřete komplexní číslo $\mathbb{C} = 8 + j \cdot 6$ v goniometrickém a exponenciálním tvaru.

Úloha 1. 9. 1. 2.

Vypočtěte velikost a argument komplexního čísla $\mathbb{D} = 6 - j \cdot 10$.

Úloha 1. 9. 1. 3.

Znázorněte v Gaussově rovině komplexní číslo $\mathbb{E} = 4 \cdot (\cos 30° - j \cdot \sin 30°)$ a dále znázorněte číslo $\overline{\mathbb{E}}$ komplexně sdružené k $\mathbb{E}$.

1.9.2. Matematické operace s komplexními čísly

ČAS KE STUDIU

45 minut teoretická příprava

CÍL

Provádět matematické operace s komplexními čísly.

VÝKLAD

S komplexními čísly můžeme provádět stejné matematické operace jako s jinými čísly, můžeme je sčítat, odečítat, násobit i dělit a platí i další pravidla jako například komutativita, asociativita nebo distributivita.

Sčítání a odečítání komplexních čísel provádíme s komplexními čísly jen ve složkovém tvaru a to tak že sečteme nebo odečteme zvlášť jejich reálné a zvlášť imaginární složky (výsledkem je nové komplexní číslo):

$$\mathbb{A} + \mathbb{B} = (a_1 + j \cdot a_2) + (b_1 + j \cdot b_2) = a_1 + b_1 + j \cdot (a_2 + b_2);$$

$$\mathbb{A} - \mathbb{B} = (a_1 + j \cdot a_2) - (b_1 + j \cdot b_2) = a_1 - b_1 + j \cdot (a_2 - b_2).$$

POZNÁMKA:

Komplexní čísla by šlo sčítat a odečítat i v exponenciálním tvaru, ale museli by mít stejný argument:

$$\mathbb{A} + \mathbb{B} = |A| \cdot e^{j \cdot \alpha} + |B| \cdot e^{j \cdot \alpha} = (|A| + |B|) \cdot e^{j \cdot \alpha};$$

$$\mathbb{A} - \mathbb{B} = |A| \cdot e^{j \cdot \beta} - |B| \cdot e^{j \cdot \beta} = (|A| - |B|) \cdot e^{j \cdot \beta}.$$

Násobení komplexních čísel ve složkovém tvaru provádíme jako roznásobení dvojčlenů, tedy vynásobením obou složek jednoho komplexního čísla s oběma složkami druhého komplexního čísla (výsledkem je opět nové komplexní číslo):

$$\mathbb{A} \cdot \mathbb{B} = (a_1 + j \cdot a_2) \cdot (b_1 + j \cdot b_2) = a_1 \cdot b_1 + j \cdot a_1 \cdot b_2 + j \cdot a_2 \cdot b_1 + j^2 \cdot a_2 \cdot b_2 =$$

$$= a_1 \cdot b_1 + j \cdot a_1 \cdot b_2 + j \cdot a_2 \cdot b_1 - a_2 \cdot b_2 = a_1 \cdot b_1 - a_2 \cdot b_2 + j \cdot (a_1 \cdot b_2 + a_2 \cdot b_1).$$

Při *násobení komplexních čísel* v exponenciálním tvaru, vynásobíme jejich velikosti a jejich argumenty sečteme:

$$\mathbb{A} \cdot \mathbb{B} = |A| \cdot e^{j \cdot \alpha} \cdot |B| \cdot e^{j \cdot \beta} = |A| \cdot |B| \cdot e^{j \cdot (\alpha + \beta)}.$$

Dělení komplexních čísel ve složkovém tvaru provádíme jako násobení zlomku jedničkou vytvořenou jako zlomek, jehož čitatel i jmenovatel je roven komplexně sdruženému číslu ke jmenovateli původního zlomku a dále pokračujeme roznásobením čitatele a jmenovatele (násobení dvou komplexních čísel ve složkovém tvaru):

$$\frac{\mathbb{A}}{\mathbb{B}} = \frac{a_1 + j \cdot a_2}{b_1 + j \cdot b_2} = \frac{a_1 + j \cdot a_2}{b_1 + j \cdot b_2} \cdot \frac{b_1 - j \cdot b_2}{b_1 - j \cdot b_2} = \frac{a_1 \cdot b_1 - j \cdot a_1 \cdot b_2 + j \cdot a_2 \cdot b_1 - j^2 \cdot a_2 \cdot b_2}{b_1 \cdot b_1 - j \cdot b_1 \cdot b_2 + j \cdot b_2 \cdot b_1 - j^2 \cdot b_2 \cdot b_2}.$$

Ve jmenovateli se odečtou složky s imaginární jednotkou a zůstane v něm jen součet druhých mocnin obou složek jmenovatele původního zlomku:

$$\frac{\mathbb{A}}{\mathbb{B}} = \frac{a_1 \cdot b_1 - j \cdot a_1 \cdot b_2 + j \cdot a_2 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2}{b_1 \cdot b_1 - j^2 \cdot b_2 \cdot b_2} = \frac{a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + j \cdot (a_2 \cdot b_1 - a_1 \cdot b_2)}{b_1^2 + b_2^2}.$$

Nakonec vydělíme reálnou i imaginární složku čitatele jmenovatelem a dostaneme výsledek dělení jako nové komplexní číslo:

$$\frac{\mathbb{A}}{\mathbb{B}} = \frac{a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2}{b_1^2 + b_2^2} + j \cdot \frac{a_2 \cdot b_1 - a_1 \cdot b_2}{b_1^2 + b_2^2}$$

Dělení komplexních čísel v exponenciálním tvaru je jednodušší, neboť „jen“ vydělíme jejich velikosti a odečteme jejich argumenty:

$$\frac{\mathbb{A}}{\mathbb{B}} = \frac{|A| \cdot e^{j \cdot \alpha}}{|B| \cdot e^{j \cdot \beta}} = \frac{|A|}{|B|} \cdot e^{j \cdot (\alpha - \beta)}$$

Pro sčítání a násobení komplexních čísel platí pravidla:

Pravidlo komutativity:

$$\mathbb{A} + \mathbb{B} = \mathbb{B} + \mathbb{A} = (a_1 + j \cdot a_2) + (b_1 + j \cdot b_2) = (b_1 + j \cdot b_2) + (a_1 + j \cdot a_2);$$

$$\mathbb{A} \cdot \mathbb{B} = \mathbb{B} \cdot \mathbb{A} = (a_1 + j \cdot a_2) \cdot (b_1 + j \cdot b_2) = (b_1 + j \cdot b_2) \cdot (a_1 + j \cdot a_2);$$

Pravidlo asociativity:

$$(\mathbb{A} + \mathbb{B}) + \mathbb{C} = \mathbb{A} + (\mathbb{B} + \mathbb{C}) = [(a_1 + j \cdot a_2) + (b_1 + j \cdot b_2)] + (c_1 + j \cdot c_2) =$$

$$= (a_1 + j \cdot a_2) + [(b_1 + j \cdot b_2) + (c_1 + j \cdot c_2)]$$

$$(\mathbb{A} \cdot \mathbb{B}) \cdot \mathbb{C} = \mathbb{A} \cdot (\mathbb{B} \cdot \mathbb{C}) = [(a_1 + j \cdot a_2) \cdot (b_1 + j \cdot b_2)] \cdot (c_1 + j \cdot c_2) =$$

$$= (a_1 + j \cdot a_2) \cdot [(b_1 + j \cdot b_2) \cdot (c_1 + j \cdot c_2)]$$

Pravidlo distributivity:

$$\mathbb{A} \cdot (\mathbb{B} + \mathbb{C}) = (\mathbb{A} \cdot \mathbb{B}) + (\mathbb{A} \cdot \mathbb{C}) = (a_1 + j \cdot a_2) \cdot [(b_1 + j \cdot b_2) + (c_1 + j \cdot c_2)] =$$

$$= [(a_1 + j \cdot a_2) \cdot (b_1 + j \cdot b_2)] + [(a_1 + j \cdot a_2) \cdot (c_1 + j \cdot c_2)]$$

POZNÁMKA:

Matematické operace s komplexními čísly naleznete ve výukové prezentaci číslo 12.

ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

Příklad 1.9.2.1.

Zadání:

Jsou dána dvě komplexní čísla $\mathbb{M} = 10 + j \cdot 6$ a $\mathbb{N} = 4 + j \cdot 8$, proveďte matematické operace:

a) $\mathbb{M} + \mathbb{N}$ b) $\mathbb{M} - \mathbb{N}$

c) $\mathbb{M} \cdot \mathbb{N}$ d) $\mathbb{M} : \mathbb{N}$

Řešení:

$$\mathbb{M} + \mathbb{N} = (10 + j \cdot 6) + (4 + j \cdot 8) = 14 + j \cdot 14$$

$$\mathbb{M} - \mathbb{N} = (10 + j \cdot 6) - (4 + j \cdot 8) = 6 - j \cdot 2$$

$$\mathbb{M} \cdot \mathbb{N} = (10 + j \cdot 6) \cdot (4 + j \cdot 8) = 40 + j \cdot 80 + j \cdot 24 + j^2 \cdot 48 = (-8 + j \cdot 104)$$

$$\frac{\mathbb{M}}{\mathbb{N}} = \frac{10 + j \cdot 6}{4 + j \cdot 8} = \frac{10 + j \cdot 6}{4 + j \cdot 8} \cdot \frac{4 - j \cdot 8}{4 - j \cdot 8} = \frac{40 - j \cdot 80 + j \cdot 24 - j^2 \cdot 48}{4^2 + 8^2} = \frac{88 - j \cdot 56}{80} =$$

$$= 1{,}1 - j \cdot 0{,}7$$

Příklad 1.9.2.2.

Zadání:

Jsou dána dvě komplexní čísla $\mathbb{O} = 7 + j \cdot 12$ a $\mathbb{P} = 9 - j \cdot 16$, proveďte matematické operace:

a) $\mathbb{O} + \mathbb{P}$ b) $\mathbb{O} - \mathbb{P}$

c) $\mathbb{O} \cdot \mathbb{P}$ d) $\mathbb{O} : \mathbb{P}$

Řešení:

$$\mathbb{O} + \mathbb{P} = (7 + j \cdot 12) + (9 - j \cdot 16) = 16 - j \cdot 4$$

$$\mathbb{O} - \mathbb{P} = (7 + j \cdot 12) - (9 - j \cdot 16) = (-2 + j \cdot 28)$$

$$\mathbb{O} \cdot \mathbb{P} = (7 + j \cdot 12) \cdot (9 - j \cdot 16) = 63 - j \cdot 112 + j \cdot 108 - j^2 \cdot 192 = 255 - j \cdot 4$$

$$\frac{\mathbb{O}}{\mathbb{P}} = \frac{7 + j \cdot 12}{9 - j \cdot 16} = \frac{7 + j \cdot 12}{9 - j \cdot 16} \cdot \frac{9 + j \cdot 16}{9 + j \cdot 16} = \frac{63 + j \cdot 112 + j \cdot 108 + j^2 \cdot 192}{9^2 + 16^2} =$$

$$= \frac{-129 + j \cdot 220}{337} \doteq (-0{,}383 + j \cdot 0{,}653)$$

OTÁZKY

Jak sčítáme a jak odečítáme dvě komplexní čísla?

Jak násobíme dvě komplexní čísla?

Jak dělíme dvě komplexní čísla?

PRAKTICKÉ ÚLOHY

Úloha 1. 9. 1. 1.

Jsou dány komplexní čísla $\mathbb{R} = 5 + j \cdot 5$, $\mathbb{S} = 10 - j \cdot 16$ a $\mathbb{T} = 8 - j \cdot 2$.

Vypočtěte:

a) $(\mathbb{R} + \mathbb{S}) + \mathbb{T}$　　b) $\mathbb{R} + (\mathbb{S} + \mathbb{T})$　　c) $\mathbb{R} \cdot \mathbb{S}$

d) $\mathbb{S} : \mathbb{T}$　　e) $\mathbb{R} \cdot (\mathbb{S} - \mathbb{T})$　　f) $(\mathbb{R} \cdot \mathbb{S}) - (\mathbb{R} \cdot \mathbb{T})$

1.9.3. Impedance a admitance v komplexním tvaru

ČAS KE STUDIU

30 minut teoretická příprava

CÍL

Seznámit se s vyjádřením impedance a admitance v komplexním tvaru. S jejich reálnými a imaginárními složkami, jejich velikostmi a argumenty.

POJMY K ZAPAMATOVÁNÍ

Impedance v komplexním tvaru = impedance sériově řazené části obvodu vyjádřená pomocí reálné a imaginární složky. Reálnou složku tvoří součet elektrických odporů všech rezistorů sériové větve obvodu a složku imaginární tvoří součet všech reaktancí této větve (induktivní reaktance s kladným znaménkem, reaktance kapacitní se znaménkem záporným) $\mathbb{Z} = R + j \cdot X$.

Admitance v komplexním tvaru = admitance paralelně řazené části obvodu vyjádřená pomocí reálné a imaginární složky. Reálnou složku tvoří součet elektrických vodivostí všech rezistorů paralelně řazených a složku imaginární tvoří součet všech paralelně řazených susceptancí (induktivní susceptance se záporným znaménkem, susceptance kapacitní se znaménkem kladným) $\mathbb{Y} = G + j \cdot B$).

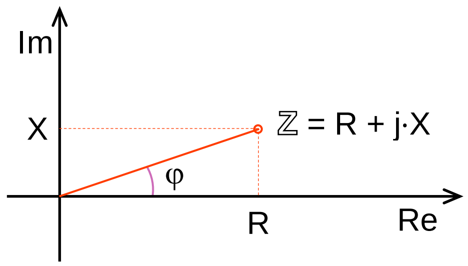
VÝKLAD

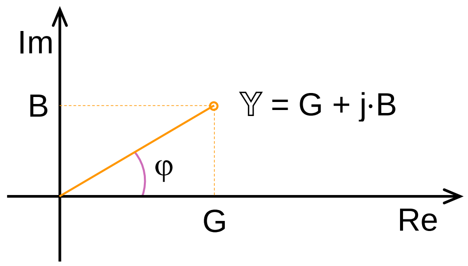
Vyjádříme-li střídavý proud a napětí komplexními čísly ($\mathbb{I}$, $\mathbb{U}$), pak i jejich podíl bude číslo komplexní:

$$\mathbb{Z} = \frac{\mathbb{U}}{\mathbb{I}}; \quad \mathbb{Y} = \frac{\mathbb{I}}{\mathbb{U}}.$$

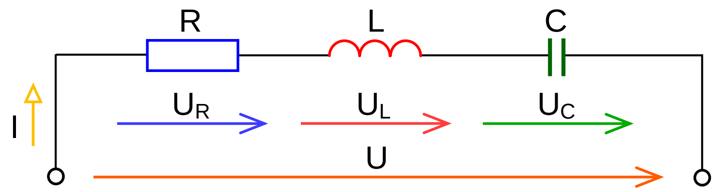
Činná složka impedance je elektrický odpor a jalová složka je reaktance, tedy $\mathbb{Z} = R \pm j \cdot X$, přičemž je-li reaktance induktivního charakteru je znaménko plus ($\mathbb{Z} = R + j \cdot X_L$) a je-li charakteru kapacitního je znaménko mínus ($\mathbb{Z} = R - j \cdot X_C$).

Činná složka admitance je elektrická vodivost a její jalová složka je susceptance, tedy $\mathbb{Y} = G \pm j \cdot B$, přičemž je-li susceptance induktivního charakteru je znaménko mínus ($\mathbb{Y} = G - j \cdot B_L$) a je-li charakteru kapacitního je znaménko plus ($\mathbb{Y} = G + j \cdot B_C$).





Impedance sériově řazených prvků R, L, C vyjádřená v komplexním tvaru je tedy



dána vztahem: $\mathbb{Z} = R + j \cdot (X_L - X_C)$.

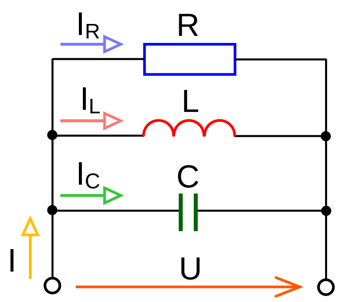
Pro tento obvod můžeme napsat i rovnici dle druhého Kirchhoffova zákona: $\mathbb{U} = \mathbb{U}_\mathbb{R} + \mathbb{U}_\mathbb{L} + \mathbb{U}_\mathbb{C}$ a po dosazení z Ohmova zákona pro jednotlivé úbytky napětí ($\mathbb{U}_\mathbb{R} = R \cdot \mathbb{I}$; $\mathbb{U}_\mathbb{L} = j \cdot X_L \cdot \mathbb{I}$; $\mathbb{U}_\mathbb{C} = -j \cdot X_C \cdot \mathbb{I}$) dostaneme rovnici ve tvaru: $\mathbb{U} = R \cdot \mathbb{I} + j \cdot X_L \cdot \mathbb{I} - j \cdot X_C \cdot \mathbb{I}$. A jelikož $\mathbb{U} = \mathbb{Z} \cdot \mathbb{I}$, pak impedance je opravdu $\mathbb{Z} = R + j \cdot X_L - j \cdot X_C = R + j \cdot (X_L - X_C)$.

Její velikost a argument jsou dány známými vztahy:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \qquad \varphi = \mathrm{arctg}\,\frac{X_L - X_C}{R}$$

Admitance paralelního R, L, C obvodu je v komplexním tvaru dána vztahem: $\mathbb{Y} = G + j \cdot (B_C - B_L)$.

Pro tento obvod můžeme napsat i rovnici dle prvního Kirchhoffova zákona: $\mathbb{I} = \mathbb{I}_\mathbb{R} + \mathbb{I}_\mathbb{L} + \mathbb{I}_\mathbb{C}$ a po dosazení z Ohmova zákona pro jednotlivé proudy ($\mathbb{I}_\mathbb{R} = G \cdot \mathbb{U}$; $\mathbb{I}_\mathbb{L} = -j \cdot B_L \cdot \mathbb{U}$; $\mathbb{I}_\mathbb{C} = j \cdot B_C \cdot \mathbb{U}$) dostaneme rovnici ve tvaru: $\mathbb{I} = G \cdot \mathbb{U} + j \cdot B_C \cdot \mathbb{U} - j \cdot B_L \cdot \mathbb{U}$. A jelikož $\mathbb{I} = \mathbb{Y} \cdot \mathbb{U}$, pak admitance je opravdu:
$\mathbb{Y} = G + j \cdot B_C - j \cdot B_L = G + j \cdot (B_C - B_L)$.



Velikost admitance a její argument jsou dány vztahy:

$$Y = \sqrt{G^2 + (B_C - B_L)^2} \qquad \varphi = \mathrm{arctg}\,\frac{B_C - B_L}{G}$$

Σ SHRNUTÍ POJMŮ

Impedance v komplexním tvaru a její složky, admitance v komplexním tvaru a její složky.

OTÁZKY

Čím je dána reálná a čím imaginární složka impedance?

Čím je dána reálná a čím imaginární složka admitance?

PRAKTICKÉ ÚLOHY

Úloha 1. 9. 3. 1.

Je dán sériově řazený obvod složený z těchto prvků: R_1 = 10 Ω, X_{L1} = 25 Ω, X_C = 18 Ω, X_{L2} = 13 Ω, R_2 = 14 Ω a R_3 = 16 Ω. Vyjádřete impedanci v komplexním tvaru a vypočtěte její velikost a argument.

Úloha 1. 9. 3. 2.

Je dán paralelně řazený obvod složený ze stejných prvků jako v předchozí úloze. Vyjádřete admitanci tohoto obvodu v komplexním tvaru a vypočtěte její velikost a argument.

POZNÁMKA:

Jelikož definice činné a jalové složky proudu říká, že činná složka je ve fázi s napětím a jalová je posunuta o 90°. Pak je-li fázor napětí na reálné ose, je reáoudu rovna proudu činnému a imaginární složka proudu je rovna proudu jalovému.

1.9.4. Řešení obvodů symbolickou metodou

ČAS KE STUDIU

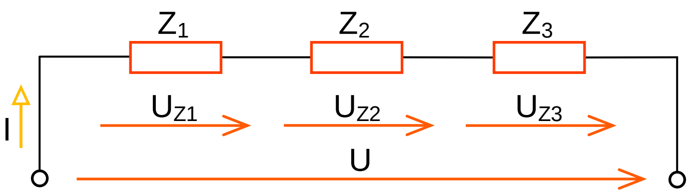
30 minut teoretická příprava + 135 minut řešené příklady.

CÍL

Naučit se zjednodušovat složené obvody, jejichž části jsou nahrazeny impedancemi (popřípadě admitancemi), které jsou vyjádřeny v komplexním tvaru.

VÝKLAD

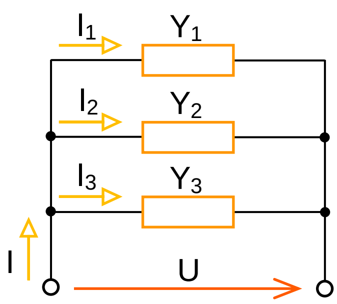
Proud procházející sériově řazenými impedancemi na nich vytvoří úbytky napětí, jejichž součet je dle druhého Kirchhoffova zákona roven napětí zdroje $\mathbb{U} = \mathbb{U}_1 + \mathbb{U}_2 + \mathbb{U}_3$, po vydělení proudem dostaneme vztah:



$$\frac{\mathbb{U}}{\mathbb{I}} = \frac{\mathbb{U}_1}{\mathbb{I}} + \frac{\mathbb{U}_2}{\mathbb{I}} + \frac{\mathbb{U}_3}{\mathbb{I}} \quad \Rightarrow \quad \mathbb{Z} = \mathbb{Z}_1 + \mathbb{Z}_2 + \mathbb{Z}_3.$$

Tedy celková impedance je dána součtem jednotlivých sériově řazených impedancí (reálná složka je dána součtem všech reálných složek jednotlivých impedancí – tedy elektrických odporů a imaginární složka je dána součtem všech imaginárních složek jednotlivých impedancí – tedy reaktancí).

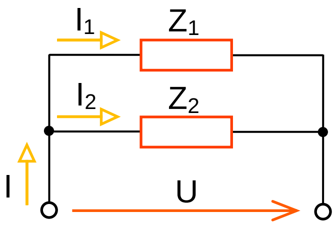
Proud procházející ze zdroje napětí do paralelně řazených admitancí se rozdělí v jejich poměru do jednotlivých větví. Součet větvových proudů je dle prvního Kirchhoffova zákona roven proudu zdroje $\mathbb{I} = \mathbb{I}_1 + \mathbb{I}_2 + \mathbb{I}_3$ a po vydělení napětím dostaneme vztah:



$$\frac{\mathbb{I}}{\mathbb{U}} = \frac{\mathbb{I}_1}{\mathbb{U}} + \frac{\mathbb{I}_2}{\mathbb{U}} + \frac{\mathbb{I}_3}{\mathbb{U}} \quad \Rightarrow \quad \mathbb{Y} = \mathbb{Y}_1 + \mathbb{Y}_2 + \mathbb{Y}_3.$$

Tedy celková admitance je dána součtem admitancí jednotlivých větví (reálná složka je dána součtem všech reálných složek jednotlivých admitancí – tedy elektrických vodivostí a imaginární složka je dána součtem všech imaginárních složek jednotlivých admitancí – tedy susceptancí).

Pro dvě paralelně řazené impedance můžeme odvodit vztah obdobný vztahu pro dva paralelní rezistory zapojené v obvodu stejnosměrného proudu $\left(R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}\right)$:

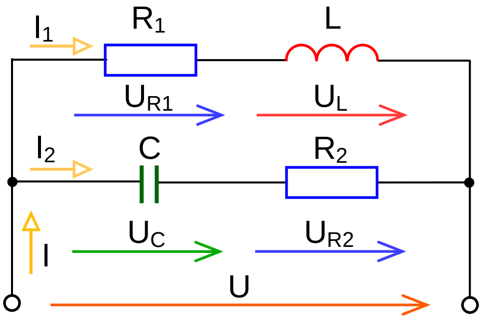


$$\mathbb{Z} = \frac{\mathbb{Z}_1 \cdot \mathbb{Z}_2}{\mathbb{Z}_1 + \mathbb{Z}_2} = \frac{(\mathrm{R}_1 + \mathrm{j}\mathrm{X}_1) \cdot (\mathrm{R}_2 + \mathrm{j}\mathrm{X}_2)}{(\mathrm{R}_1 + \mathrm{j}\mathrm{X}_1) + (\mathrm{R}_2 + \mathrm{j}\mathrm{X}_2)}.$$

ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

Celý postup ukážeme na řešených příkladech, nejdříve ukážeme řešení stejného příkladu jako v kapitole 1.7.3.(příklad 1.7.3.1.) a poté vyřešíme obvod složený z mnoha prvků, na kterém si ukážeme výhodu této metody.

Příklad 1.9.4.1.

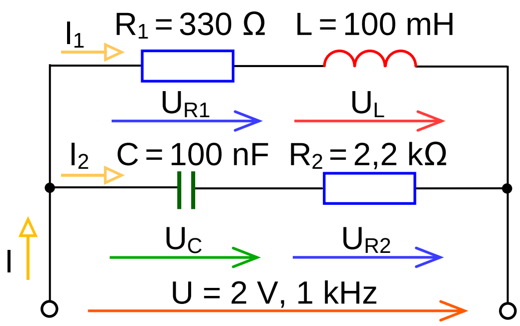


Zadání:

Vypočtěte proud tekoucí ze zdroje střídavého napětí U = 2 V, 1 kHz do sérioparalelního obvodu (viz obrázek) složeného z rezistoru R_1 s odporem $R_1 = 330\ \Omega$, cívky s indukčností L = 100 mH, z kondenzátoru s kapacitou C = 100 nF a z rezistoru R_2 s odporem $R_2 = 2{,}2\ \mathrm{k}\Omega$. Vypočtěte též složky výkonu odebíraného ze zdroje, parametry impedančního a admitančního trojúhelníku a fázový posun mezi proudem a napětím. Ve vhodném měřítku nakreslete fázorový diagram, impedanční a admitanční trojúhelník a trojúhelník výkonů.

Řešení:

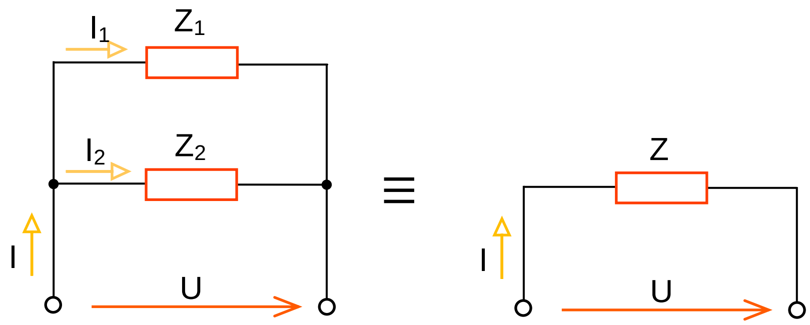
Schéma zapojení:



Vyjádření zadání:

$R_1 = 330\ \Omega$	$I = ?$
$L = 100\ \mathrm{mH} = 0{,}1\ \mathrm{H}$	$P, Q, S = ?$
$C = 100\ \mathrm{nF} = 100 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{F}$	$X_L, X_C = ?$
$R_2 = 2{,}2\ \mathrm{k}\Omega = 2\,200\ \Omega$	$R_{1P}, X_{LP}, X_{CP}, R_{2P} = ?$
$U = 2\ \mathrm{V}$	$G_{1P}, B_{LP}, B_{CP}, G_{2P} = ?$
$f = 1\ \mathrm{kHz} = 1\,000\ \mathrm{Hz}$	$Y_P = ?$
	$I_{R1P}, I_{LP}, I_{CP}, I_{R2P} = ?$
	$U_{R1}, U_L, U_C, U_{R2} = ?$
	$\varphi = ?$

Obvod si nahradíme impedancemi jednotlivých větví, ty pak vyjádříme v komplexním tvaru a z nich vypočteme celkovou impedanci obvodu.



Nejprve ale musíme indukčnost cívky a kapacitu kondenzátoru přepočíst na reaktance:

$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \qquad X_L = 2 \cdot \pi \cdot 1\,000 \cdot 0{,}1 \qquad X_L = 628{,}32\ \Omega$

$X_C = \dfrac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} \qquad X_C = \dfrac{1}{2 \cdot \pi \cdot 1\,000 \cdot 100 \cdot 10^{-9}} \qquad X_C = 1\,591{,}55\ \Omega$

Nejdříve ukázka řešení roznásobením zlomku jedničkou tvořenou poměrem komplexně sdruženého čísla jmenovatele:

$\mathbb{Z}_1 = R_1 + j \cdot X_L \qquad \mathbb{Z}_1 = (330 + j \cdot 628{,}32)\ \Omega$

$\mathbb{Z}_2 = R_2 - j \cdot X_C \qquad \mathbb{Z}_1 = (2\,200 - j \cdot 1\,591{,}55)\ \Omega$

$\mathbb{Z} = \dfrac{\mathbb{Z}_1 \cdot \mathbb{Z}_2}{\mathbb{Z}_1 + \mathbb{Z}_2} \qquad \mathbb{Z} = \dfrac{(330 + j \cdot 628{,}32) \cdot (2\,200 - j \cdot 1\,591{,}55)}{(330 + j \cdot 628{,}32) + (2\,200 - j \cdot 1\,591{,}55)}$

$$\mathbb{Z} = \frac{726\,000 - j \cdot 525\,211{,}5 + j \cdot 1\,382\,304 - j^2 \cdot 1\,000\,002{,}696}{2\,530 - j \cdot 963{,}23}$$

$$\mathbb{Z} = \frac{1\,726\,002{,}696 + j \cdot 857\,092{,}5}{2\,530 - j \cdot 963{,}23} \cdot \frac{2\,530 + j \cdot 963{,}23}{2\,530 + j \cdot 963{,}23}$$

$$\mathbb{Z} = \frac{4\,366\,786\,820{,}88 + j \cdot 1\,662\,537\,576{,}868 + j \cdot 2\,168\,444\,025 + j^2 \cdot 825\,577\,208{,}775}{2\,530^2 + 963{,}23^2}$$

$$\mathbb{Z} = \frac{3\,541\,209\,612{,}105 + j \cdot 3\,830\,981\,601{,}868}{7\,328\,712{,}032\,9} \qquad \mathbb{Z} = (483{,}197 + j \cdot 522{,}736)\ \Omega$$

$|Z| = \sqrt{483{,}197^2 + 522{,}736^2} \qquad |Z| = 711{,}851\ \Omega$

$\varphi = \operatorname{arctg} \dfrac{522{,}736}{483{,}197} \qquad \varphi = 47°15'03{,}23''$

$\mathbb{Z} = 711{,}851 \cdot e^{j \cdot 47°15'03{,}23''}\ \Omega$

Tentýž výpočet použitím komplexních čísel v exponenciálním tvaru:

$\mathbb{Z}_1 = R_1 + j \cdot X_L \qquad \mathbb{Z}_1 = (330 + j \cdot 628{,}32)\ \Omega \qquad |Z_1| = \sqrt{330^2 + 628{,}32^2}$

$|Z_1| = 709{,}708\ \Omega \qquad \varphi_1 = \operatorname{arctg} \dfrac{628{,}32}{330} \qquad \varphi_1 = 62°17'27{,}93''$

$\mathbb{Z}_1 = |Z_1| \cdot e^{j \cdot \varphi_1} \qquad \mathbb{Z}_1 = \left(709{,}708 \cdot e^{j \cdot 62°17'27{,}93''}\right)\ \Omega$

$\mathbb{Z}_2 = R_2 - j \cdot X_C \qquad \mathbb{Z}_2 = (2\,200 - j \cdot 1\,591{,}55)\ \Omega \qquad |Z_2| = \sqrt{2\,200^2 + 1\,591{,}55^2}$

$|Z_2| = 2\,715{,}33\ \Omega \qquad \varphi_2 = \mathrm{arctg}\dfrac{1\,591{,}55}{2\,200} \qquad \varphi_2 = 35°52'59{,}43''$

$\mathbb{Z}_2 = |Z_2| \cdot e^{j\cdot\varphi_2} \qquad \mathbb{Z}_2 = \left(2\,715{,}33 \cdot e^{-j\cdot 35°52'59{,}43''}\right)\ \Omega$

$$\mathbb{Z} = \frac{\mathbb{Z}_1 \cdot \mathbb{Z}_2}{\mathbb{Z}_1 + \mathbb{Z}_2} \qquad \mathbb{Z} = \frac{709{,}708 \cdot e^{j\cdot 62°17'27{,}93''} \cdot 2\,715{,}33 \cdot e^{-j\cdot 35°52'59{,}43''}}{(330\ +\ j \cdot 628{,}32) + (2\,200\ -\ j \cdot 1\,591{,}55)}$$

$$\mathbb{Z} = \frac{1\,927\,091{,}424 \cdot e^{j\cdot 26°24'28{,}50''}}{2\,530 - \ j \cdot 963{,}23} \qquad \left|\mathrm{Velikost}_{\mathrm{jmenovatele}}\right| = \sqrt{2\,530^2 + 963{,}23^2}$$

$\left|\mathrm{Velikost}_{\mathrm{jmenovatele}}\right| = 2\,707{,}159$

$\varphi_{\mathrm{jmenovatele}} = \mathrm{arctg}\dfrac{963{,}23}{2\,530} \qquad \varphi_{\mathrm{jmenovatele}} = 20°50'34{,}79''$

$$\mathbb{Z} = \frac{1\,927\,091{,}424 \cdot e^{j\cdot 26°24'28{,}50''}}{2\,707{,}159 \cdot e^{-j\cdot 20°50'34{,}79''}} \qquad \mathbb{Z} = 711{,}85 \cdot e^{j\cdot 47°15'03{,}29''}\ \Omega$$

Porovnáním s výsledky příkladu 1.7.3.1. nalezneme drobné nesrovnalosti dané zaokrouhlováním.

Nyní můžeme vypočíst proud ze zdroje a proudy v jednotlivých větvích:

$$\mathbb{I} = \frac{U}{\mathbb{Z}} \qquad \mathbb{I} = \frac{2}{711{,}851 \cdot e^{j\cdot 47°15'03{,}23''}} \qquad \mathbb{I} = 2{,}81 \cdot e^{-j\cdot 47°15'03{,}23''}\ \mathrm{mA}$$

$|I| = 2{,}81\ \mathrm{mA} \qquad \mathbb{I} = (1{,}907 - j \cdot 2{,}063)\ \mathrm{mA}$

$$\mathbb{I}_1 = \frac{U}{\mathbb{Z}_1} \qquad \mathbb{I}_1 = \frac{2}{709{,}708 \cdot e^{j\cdot 62°17'27{,}93''}} \qquad \mathbb{I}_1 = 2{,}82 \cdot e^{-j\cdot 62°17'27{,}93''}\ \mathrm{mA}$$

$|I_1| = 2{,}82\ \mathrm{mA} \qquad \mathbb{I}_1 = (1{,}311 - j \cdot 2{,}497)\ \mathrm{mA}$

$$\mathbb{I}_2 = \frac{U}{\mathbb{Z}_2} \qquad \mathbb{I}_2 = \frac{2}{2\,715{,}33 \cdot e^{-j\cdot 35°52'59{,}43''}} \qquad \mathbb{I}_2 = 0{,}737 \cdot e^{j\cdot 35°52'59{,}43''}\ \mathrm{mA}$$

$|I_2| = 0{,}737\ \mathrm{mA} \qquad \mathbb{I}_2 = (0{,}597 + j \cdot 0{,}432)\ \mathrm{mA}$

Dále vypočteme úbytky napětí na jednotlivých prvcích původního obvodu:

$\mathbb{U}_{R1} = R_1 \cdot \mathbb{I}_1 \qquad \mathbb{U}_{R1} = 330 \cdot (1{,}311 - j \cdot 2{,}497) \cdot 10^{-3} \qquad \mathbb{U}_{R1} = (0{,}433 + j \cdot 0{,}822)\ \mathrm{V}$

$\mathbb{U}_{R1} = 330 \cdot 2{,}82 \cdot e^{-j\cdot 62°17'27{,}93''} \cdot 10^{-3}$

$\mathbb{U}_{R1} = 0{,}931 \cdot e^{-j\cdot 62°17'27{,}93''}\ \mathrm{V}$

$\mathbb{U}_L = j \cdot X_L \cdot \mathbb{I}_1 \qquad \mathbb{U}_L = j \cdot 628{,}32 \cdot (1{,}311 - j \cdot 2{,}497) \cdot 10^{-3}$

$\mathbb{U}_L = (1{,}569 + j \cdot 0{,}824)\ \mathrm{V}$

$\mathbb{U}_L = 628{,}32 \cdot e^{j\cdot 90°} \cdot 2{,}82 \cdot e^{-j\cdot 62°17'27{,}93''} \cdot 10^{-3}$

$\mathbb{U}_L = 1{,}772 \cdot e^{j\cdot 27°42'32{,}07''}\ \mathrm{V}$

$$\mathbb{U}_{\mathbb{C}} = -j \cdot X_C \cdot \mathbb{I}_2 \qquad \mathbb{U}_{\mathbb{C}} = -j \cdot 1\,591{,}55 \cdot (0{,}597 + j \cdot 0{,}432) \cdot 10^{-3}$$

$$\mathbb{U}_{\mathbb{C}} = (0{,}688 - j \cdot 0{,}95)\ \mathrm{V}$$

$$\mathbb{U}_{\mathbb{C}} = 1\,591{,}55 \cdot e^{-j \cdot 90°} \cdot 0{,}737 \cdot e^{j \cdot 35°52'59{,}43''} \cdot 10^{-3}$$

$$\mathbb{U}_{\mathbb{C}} = 1{,}173 \cdot e^{j \cdot 54°07'00{,}57''}\ \mathrm{V}$$

$$\mathbb{U}_{\mathbb{R}2} = R_2 \cdot \mathbb{I}_2 \qquad \mathbb{U}_{\mathbb{R}2} = 2\,200 \cdot (0{,}597 + j \cdot 0{,}432) \cdot 10^{-3}$$

$$\mathbb{U}_{\mathbb{R}2} = (1{,}313 + j \cdot 0{,}951)\ \mathrm{V}$$

$$\mathbb{U}_{\mathbb{R}2} = 2\,200 \cdot 0{,}737 \cdot e^{j \cdot 35°52'59{,}43''} \cdot 10^{-3}$$

$$\mathbb{U}_{\mathbb{R}2} = 1{,}621 \cdot e^{j \cdot 35°52'59{,}43''}\ \mathrm{V}$$

Nyní můžeme přistoupit ke konstrukci fázorového diagramu. Zvolíme si napěťové měřítko $1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 0{,}25\ \mathrm{V}$ a měřítko proudové $1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 0{,}5\ \mathrm{mA}$:

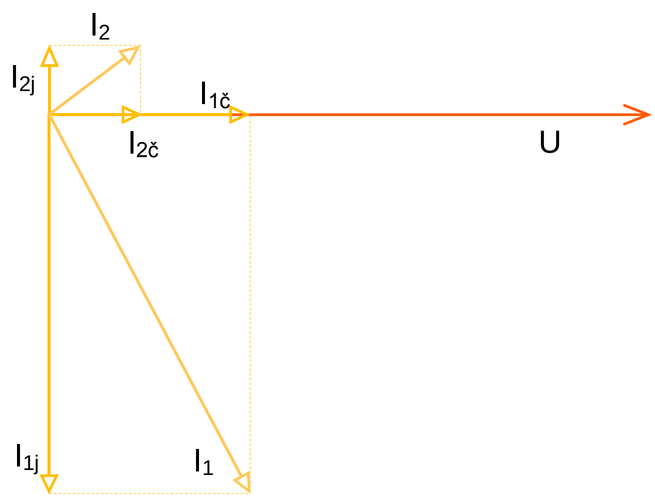
- Vycházíme z fázoru napětí, se kterým jsou ve fázi činné složky proudů tekoucí větvemi, jalové složky obou proudů jsou posunuty o 90°(proud I_1 za napětí, proud I_2 před napětí. Vektorový součet činné a jalové složky je roven odpovídajícímu větvovému proudu:

$$U = 2\ \mathrm{V} \Rightarrow |U| = \frac{2}{0{,}25} = 8\ \mathrm{cm} \qquad I_{1č} = 1{,}311\ \mathrm{mA} \Rightarrow |I_{1č}| = \frac{1{,}311}{0{,}5} = 2{,}62\ \mathrm{cm}$$

$$I_{1j} = 2{,}497\ \mathrm{mA} \Rightarrow |I_{1j}| = \frac{2{,}497}{0{,}5} = 4{,}99\ \mathrm{cm} \qquad \left(I_1 = 2{,}82\ \mathrm{mA} \Rightarrow |I_1| = \frac{2{,}82}{0{,}5} = 5{,}64\ \mathrm{cm}\right)$$

$$I_{2č} = 0{,}597\ \mathrm{mA} \Rightarrow |I_{2č}| = \frac{0{,}597}{0{,}5} = 1{,}19\ \mathrm{cm} \qquad I_{2j} = 0{,}432\ \mathrm{mA} \Rightarrow |I_{2j}| = \frac{0{,}432}{0{,}5} = 0{,}86\ \mathrm{cm}$$

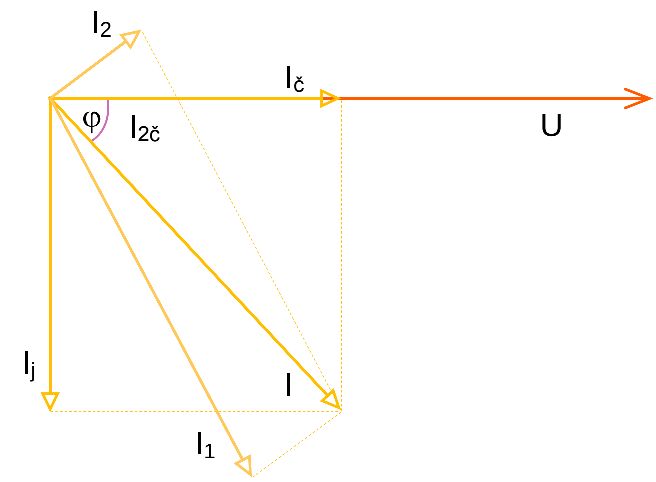
$$\left(I_2 = 0{,}737\ \mathrm{mA} \Rightarrow |I_2| = \frac{0{,}737}{0{,}5} = 1{,}47\ \mathrm{cm}\right)$$



Součet větvových proudů je roven proudu ze zdroje, který můžeme také zkonstruovat jako součet jeho činné a jalové složky. Proud je posunut za napětí o úhel φ:

$I_č = 1{,}907\ \mathrm{mA} \Rightarrow |I_č| = \frac{1{,}907}{0{,}5} = 3{,}81\ \mathrm{cm}$ $\quad I_j = 2{,}063\ \mathrm{mA} \Rightarrow |I_{1j}| = \frac{2{,}063}{0{,}5} = 4{,}13\ \mathrm{cm}$

$I = 2{,}81\ \mathrm{mA} \Rightarrow |I| = \frac{2{,}81}{0{,}5} = 5{,}62\ \mathrm{cm}$ $\quad (\varphi = 47°15'03{,}23'')$



Ve fázi s větvovými proudy jsou úbytky napětí na rezistorech a přičteme-li k nim úbytky na cívce (o 90°před U_{R1}) a na kondenzátoru (o 90°za U_{R2}) dostaneme napětí zdroje. Samozřejmě můžeme úbytky napětí zkonstruovat i z jejich činných a jalových složek:

$U_{R1} = 0{,}931\ \mathrm{V} \Rightarrow |U_{R1}| = \frac{0{,}931}{0{,}25} = 3{,}72\ \mathrm{cm}$ $\quad U_{R1_{Re}} = 0{,}433\ \mathrm{V} \Rightarrow |U_{R1_{Re}}| = \frac{0{,}433}{0{,}25} = 1{,}73\ \mathrm{cm}$

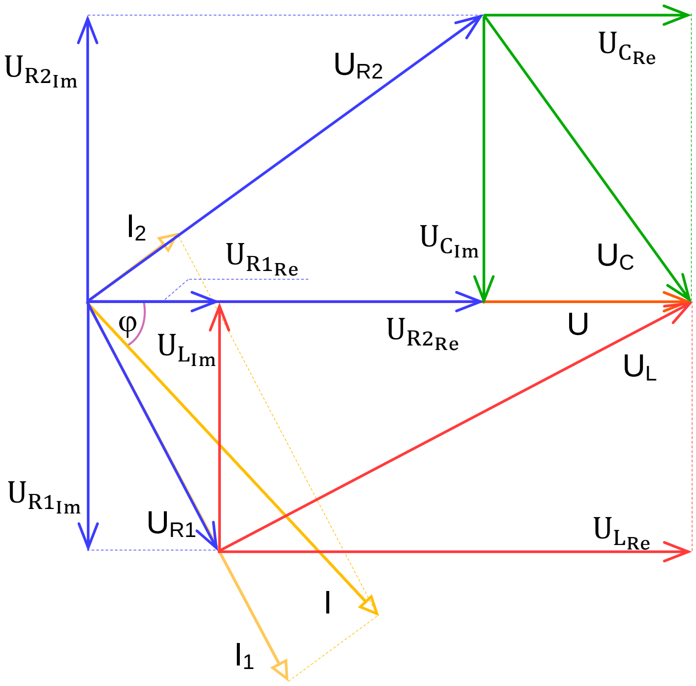
$U_{R1_{Im}} = 0{,}822\ \mathrm{V} \Rightarrow |U_{R1_{Im}}| = \frac{0{,}822}{0{,}25} = 3{,}29\ \mathrm{cm}$ $\quad U_L = 1{,}772\ \mathrm{V} \Rightarrow |U_L| = \frac{1{,}772}{0{,}25} = 7{,}09\ \mathrm{cm}$

$U_{L_{Re}} = 1{,}569\ \mathrm{V} \Rightarrow |U_{L_{Re}}| = \frac{1{,}569}{0{,}25} = 6{,}28\ \mathrm{cm}$ $\quad U_{L_{Im}} = 0{,}824\ \mathrm{V} \Rightarrow |U_{L_{Im}}| = \frac{0{,}824}{0{,}25} = 3{,}3\ \mathrm{cm}$

$U_{R2} = 1{,}621\ \mathrm{V} \Rightarrow |U_{R2}| = \frac{1{,}621}{0{,}25} = 6{,}48\ \mathrm{cm}$ $\quad U_{R2_{Re}} = 1{,}313\ \mathrm{V} \Rightarrow |U_{R2_{Re}}| = \frac{1{,}313}{0{,}25} = 5{,}25\ \mathrm{cm}$

$U_{R2_{Im}} = 0{,}951\ \mathrm{V} \Rightarrow |U_{R2_{Im}}| = \frac{0{,}951}{0{,}25} = 3{,}8\ \mathrm{cm}$ $\quad U_C = 1{,}173\ \mathrm{V} \Rightarrow |U_C| = \frac{1{,}173}{0{,}25} = 4{,}69\ \mathrm{cm}$

$U_{C_{Re}} = 0{,}688\ \mathrm{V} \Rightarrow |U_{C_{Re}}| = \frac{0{,}688}{0{,}25} = 2{,}75\ \mathrm{cm}$ $\quad U_{C_{Im}} = 0{,}95\ \mathrm{V} \Rightarrow |U_{C_{Im}}| = \frac{0{,}95}{0{,}25} = 3{,}8\ \mathrm{cm}$



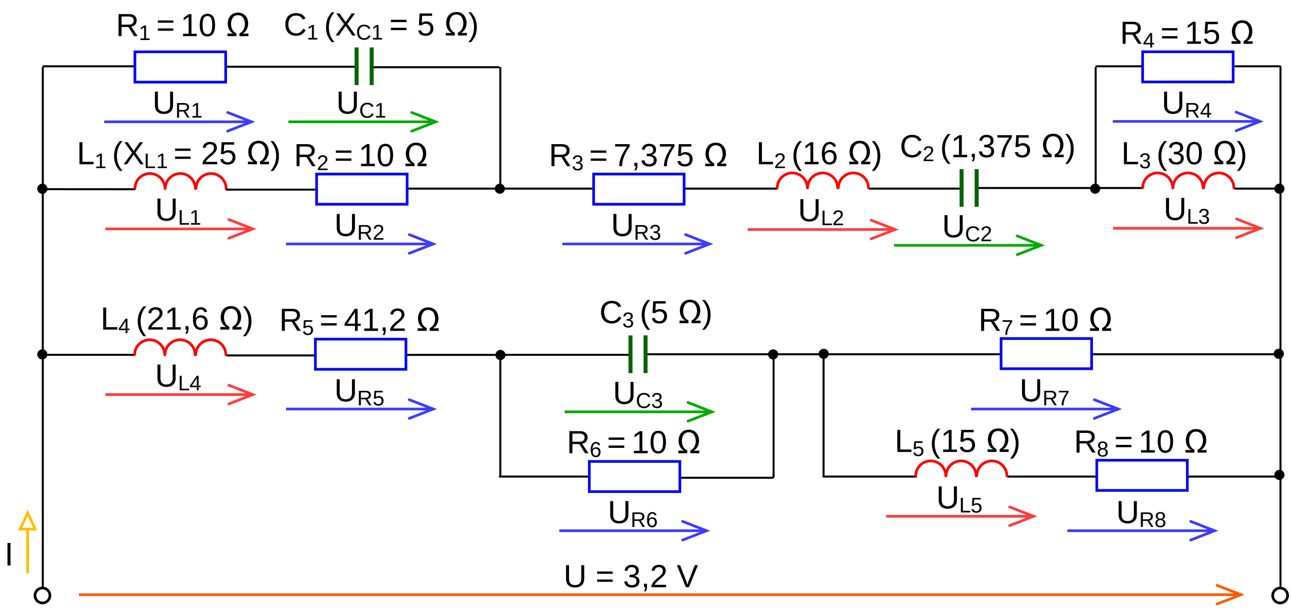
POZNÁMKA:

Využití komplexních číslel pro řešení sérioparalelních obvodů naleznete ve výukové prezentaci číslo 13.

Příklad 1.9.4.2.

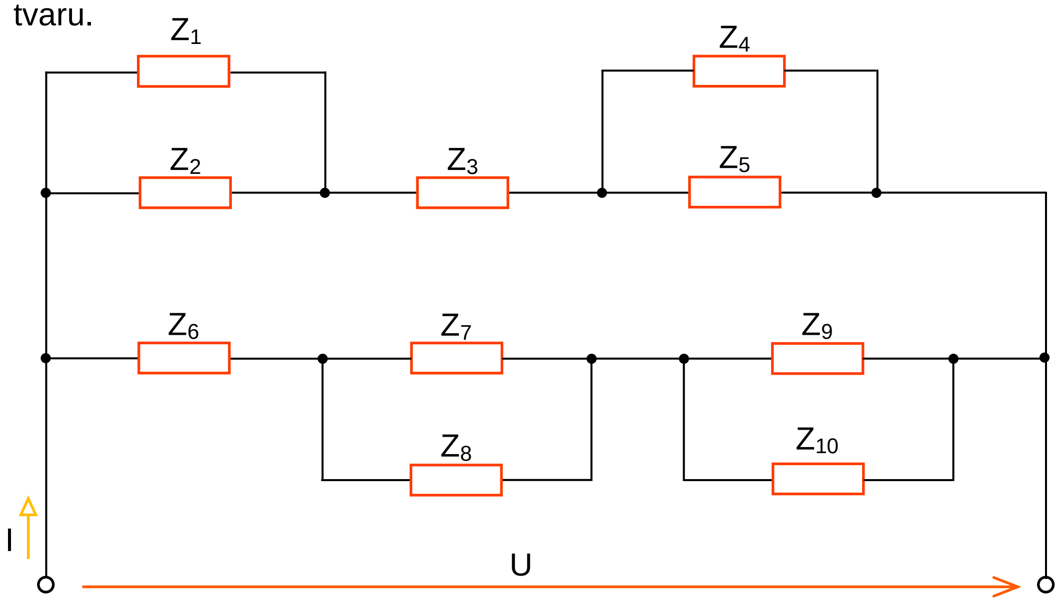
Zadání:

Vypočtěte proud tekoucí ze zdroje střídavého napětí U = 3,2 V, do sérioparalelního obvodu dle obrázku. Dále vypočtěte proudy tekoucí jednotlivými prvky obvodu a úbytky napětí na nich



Řešení:

Obvod si nahradíme impedancemi jednotlivých větví a ty vyjádříme v komplexním tvaru.



$\mathbb{Z}_1 = R_1 - j \cdot X_{C1} = (10 - j \cdot 5)\ \Omega$ $\qquad \mathbb{Z}_2 = R_2 + j \cdot X_{L1} = (10 + j \cdot 25)\ \Omega$

$\mathbb{Z}_3 = R_2 + j \cdot (X_{L2} - X_{C2}) = 7{,}375 + j \cdot (16 - 1{,}375) = (7{,}375 + j \cdot 14{,}625)\ \Omega$

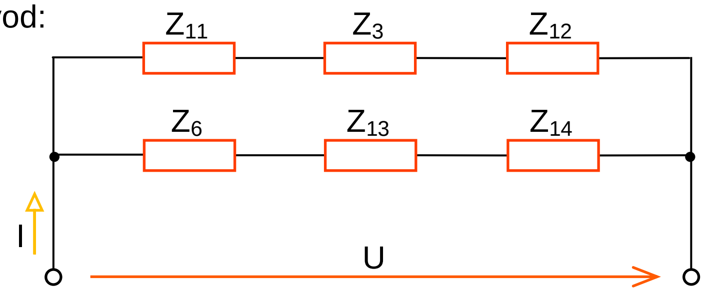
$\mathbb{Z}_4 = R_4 + j \cdot 0 = (15 + j \cdot 0)\ \Omega$ $\qquad \mathbb{Z}_5 = 0 + j \cdot X_{L3} = (0 + j \cdot 30)\ \Omega$

$\mathbb{Z}_6 = R_5 + j \cdot X_{L4} = (41{,}2 + j \cdot 21{,}6)\ \Omega$ $\qquad \mathbb{Z}_7 = 0 - j \cdot X_{C3} = (0 - j \cdot 5)\ \Omega$

$\mathbb{Z}_8 = R_6 + j \cdot 0 = (10 + j \cdot 0)\ \Omega$ $\qquad \mathbb{Z}_9 = R_7 + j \cdot 0 = (10 + j \cdot 0)\ \Omega$

$\mathbb{Z}_{10} = R_8 + j \cdot X_{L5} = (10 + j \cdot 15)\ \Omega$

Obvod zjednodušíme nahrazením paralelně řazených impedancí čímž dostaneme obvod:



$$\mathbb{Z}_{11} = \frac{\mathbb{Z}_1 \cdot \mathbb{Z}_2}{\mathbb{Z}_1 + \mathbb{Z}_2} \qquad \mathbb{Z}_{11} = \frac{(10 - j \cdot 5) \cdot (10 + j \cdot 25)}{(10 - j \cdot 5) + (10 + j \cdot 25)}$$

$$\mathbb{Z}_{11} = \frac{100 + j \cdot 250 - j \cdot 50 - j^2 \cdot 125}{20 + j \cdot 20} \qquad \mathbb{Z}_{11} = \frac{225 + j \cdot 200}{20 + j \cdot 20} \cdot \frac{20 - j \cdot 20}{20 - j \cdot 20}$$

$$\mathbb{Z}_{11} = \frac{4\,500 - j \cdot 4\,500 + j \cdot 4\,000 - j^2 \cdot 4\,000}{20^2 + 20^2} \qquad \mathbb{Z}_{11} = \frac{8500 - j \cdot 500}{800}$$

$$\mathbb{Z}_{11} = (10{,}625 - j \cdot 0{,}625)\ \Omega$$

$$\mathbb{Z}_{12} = \frac{\mathbb{Z}_4 \cdot \mathbb{Z}_5}{\mathbb{Z}_4 + \mathbb{Z}_5} \qquad \mathbb{Z}_{12} = \frac{(15 + j \cdot 0) \cdot (0 + j \cdot 30)}{(15 + j \cdot 0) + (0 + j \cdot 30)}$$

$$\mathbb{Z}_{12} = \frac{j \cdot 450}{15 + j \cdot 30} \qquad \mathbb{Z}_{12} = \frac{j \cdot 450}{15 + j \cdot 30} \cdot \frac{15 - j \cdot 30}{15 - j \cdot 30}$$

$$\mathbb{Z}_{12} = \frac{j \cdot 6\,750 - j^2 \cdot 13\,500}{30^2 + 15^2} \qquad \mathbb{Z}_{12} = \frac{13\,500 + j \cdot 6\,750}{1\,125}$$

$$\mathbb{Z}_{12} = (12 + j \cdot 6)\ \Omega$$

$$\mathbb{Z}_{13} = \frac{\mathbb{Z}_7 \cdot \mathbb{Z}_8}{\mathbb{Z}_7 + \mathbb{Z}_8} \qquad \mathbb{Z}_{13} = \frac{(0 - j \cdot 5) \cdot (10 + j \cdot 0)}{(0 - j \cdot 5) + (10 + j \cdot 0)}$$

$$\mathbb{Z}_{13} = \frac{-j \cdot 50}{10 - j \cdot 5} \qquad \mathbb{Z}_{13} = \frac{-j \cdot 50}{10 - j \cdot 5} \cdot \frac{10 + j \cdot 5}{10 + j \cdot 5}$$

$$\mathbb{Z}_{13} = \frac{-j \cdot 500 - j^2 \cdot 250}{10^2 + 5^2} \qquad \mathbb{Z}_{13} = \frac{250 - j \cdot 500}{125}$$

$$\mathbb{Z}_{13} = (2 - j \cdot 4)\ \Omega$$

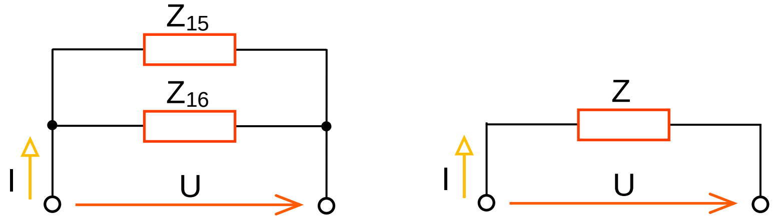
$$\mathbb{Z}_{14} = \frac{\mathbb{Z}_9 \cdot \mathbb{Z}_{10}}{\mathbb{Z}_9 + \mathbb{Z}_{10}} \qquad \mathbb{Z}_{14} = \frac{(10 + j \cdot 0) \cdot (10 + j \cdot 15)}{(10 + j \cdot 0) + (10 + j \cdot 15)}$$

$$\mathbb{Z}_{14} = \frac{100 + j \cdot 150}{20 + j \cdot 15} \qquad \mathbb{Z}_{14} = \frac{100 + j \cdot 150}{20 + j \cdot 15} \cdot \frac{20 - j \cdot 15}{20 - j \cdot 15}$$

$$\mathbb{Z}_{14} = \frac{2\,000 - j \cdot 1\,500 + j \cdot 3\,000 - j^2 \cdot 2\,250}{20^2 + 15^2} \qquad \mathbb{Z}_{14} = \frac{4\,250 + j \cdot 1\,500}{625}$$

$$\mathbb{Z}_{14} = (6{,}8 + j \cdot 2{,}4)\ \Omega$$

Dále sečteme impedance v jednotlivých větvích a nakonec vyločteme celkovou impedanci:



$$\mathbb{Z}_{15} = \mathbb{Z}_{11} + \mathbb{Z}_3 + \mathbb{Z}_{12}$$

$$\mathbb{Z}_{15} = (10{,}625 - j \cdot 0{,}625) + (7{,}375 + j \cdot 14{,}625) + (12 + j \cdot 6)$$

$$\mathbb{Z}_{15} = (30 + j \cdot 20)\ \Omega$$

$$\mathbb{Z}_{16} = \mathbb{Z}_6 + \mathbb{Z}_{13} + \mathbb{Z}_{14}$$

$$\mathbb{Z}_{16} = (41{,}2 + j \cdot 21{,}6) + (2 - j \cdot 4) + (6{,}8 + j \cdot 2{,}4)$$

$$\mathbb{Z}_{16} = (50 + j \cdot 20)\ \Omega$$

$$\mathbb{Z} = \frac{\mathbb{Z}_{15} \cdot \mathbb{Z}_{16}}{\mathbb{Z}_{15} + \mathbb{Z}_{16}} \qquad \mathbb{Z} = \frac{(30 + j \cdot 20) \cdot (50 + j \cdot 20)}{(30 + j \cdot 20) + (50 + j \cdot 20)}$$

$$\mathbb{Z} = \frac{1\,500 + j \cdot 600 + j \cdot 1\,000 + j^2 \cdot 400}{80 + j \cdot 40} \qquad \mathbb{Z} = \frac{1\,100 + j \cdot 1600}{80 + j \cdot 40} \cdot \frac{80 - j \cdot 40}{80 - j \cdot 40}$$

$$\mathbb{Z} = \frac{88\,000 - j \cdot 44\,000 + j \cdot 128\,000 - j^2 \cdot 64\,000}{80^2 + 40^2}$$

$$\mathbb{Z} = \frac{152\,000 + j \cdot 84\,000}{8\,000} \qquad \mathbb{Z} = (19 + j \cdot 10{,}5)\ \Omega$$

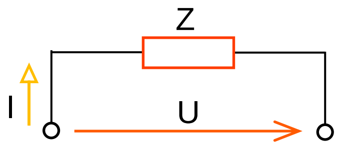
Dále vypočteme proud ze zdroje:

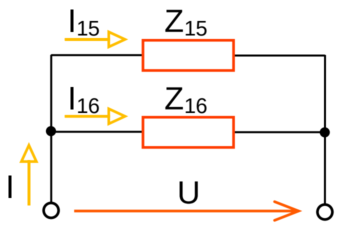
$$\mathbb{I} = \frac{U}{\mathbb{Z}} \qquad \mathbb{I} = \frac{3{,}2}{19 + j \cdot 10{,}5}$$

$$\mathbb{I} = \frac{3{,}2}{19 + j \cdot 10{,}5} \cdot \frac{19 - j \cdot 10{,}5}{19 - j \cdot 10{,}5} \qquad \mathbb{I} = \frac{60{,}8 - j \cdot 33{,}6}{19^2 + 10{,}5^2}$$

$$\mathbb{I} = \frac{60{,}8 - j \cdot 33{,}6}{471{,}25} \qquad \mathbb{I} = (129{,}02 - j \cdot 71{,}3)\ \mathrm{mA}$$

Nakonec výpočtu se musíme postupně vracet k původnímu obvodu, přičemž vždy vypočteme proudy ve větvích a úbytky napětí na jednotlivých prvcích:





$$\mathbb{I}_{15} = \frac{U}{\mathbb{Z}_{15}} \qquad \mathbb{I}_{15} = \frac{3{,}2}{30 + j \cdot 20}$$

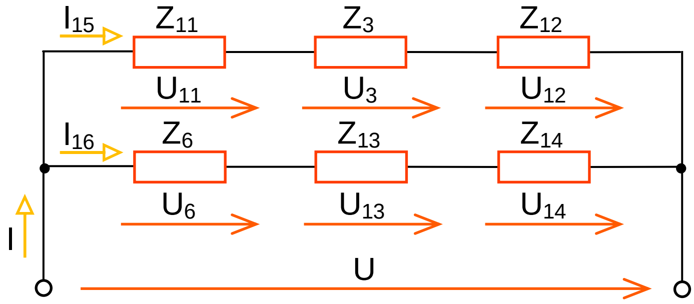
$$\mathbb{I}_{15} = \frac{3{,}2}{30 + j \cdot 20} \cdot \frac{30 - j \cdot 20}{30 - j \cdot 20} \qquad \mathbb{I}_{15} = \frac{96 - j \cdot 64}{30^2 + 20^2}$$

$$\mathbb{I}_{15} = \frac{96 - j \cdot 64}{1\,300} \qquad \mathbb{I}_{15} = (73{,}85 - j \cdot 49{,}23)\ \mathrm{mA}$$

$$\mathbb{I}_{16} = \frac{U}{\mathbb{Z}_{16}} \qquad \mathbb{I}_{16} = \frac{3{,}2}{50 + j \cdot 20}$$

$$\mathbb{I}_{16} = \frac{3{,}2}{50 + j \cdot 20} \cdot \frac{50 - j \cdot 20}{50 - j \cdot 20} \qquad \mathbb{I}_{16} = \frac{160 - j \cdot 64}{50^2 + 20^2}$$

$$\mathbb{I}_{16} = \frac{160 - j \cdot 64}{2\,900} \qquad \mathbb{I}_{16} = (55{,}17 - j \cdot 22{,}07)\ \mathrm{mA}$$



$$\mathbb{U}_{11} = \mathbb{I}_{15} \cdot \mathbb{Z}_{11} \qquad \mathbb{U}_{11} = (73{,}85 - j \cdot 49{,}23) \cdot 10^{-3} \cdot (10{,}625 - j \cdot 0{,}625)$$

$$\mathbb{U}_{11} = 0{,}7847 - j \cdot 0{,}0462 - j \cdot 0{,}5231 + j^2 \cdot 0{,}0308 \qquad \mathbb{U}_{11} = (753{,}9 - j \cdot 569{,}3)\ \text{mV}$$

$$\mathbb{U}_{3} = \mathbb{I}_{15} \cdot \mathbb{Z}_{3} \qquad \mathbb{U}_{3} = (73{,}85 - j \cdot 49{,}23) \cdot 10^{-3} \cdot (7{,}375\ +\ j \cdot 14{,}625)$$

$$\mathbb{U}_{3} = 0{,}5446 + j \cdot 1{,}0801 - j \cdot 0{,}3631 - j^2 \cdot 0{,}72 \qquad \mathbb{U}_{3} = (1{,}2646 + j \cdot 0{,}717)\ \text{V}$$

$$\mathbb{U}_{12} = \mathbb{I}_{15} \cdot \mathbb{Z}_{12} \qquad \mathbb{U}_{12} = (73{,}85 - j \cdot 49{,}23) \cdot 10^{-3} \cdot (12 + j \cdot 6)$$

$$\mathbb{U}_{12} = 0{,}8862 + j \cdot 0{,}4431 - j \cdot 0{,}5908 - j^2 \cdot 0{,}2954 \qquad \mathbb{U}_{12} = (1{,}1816 - j \cdot 0{,}1477)\ \text{V}$$

$$\mathbb{U}_{6} = \mathbb{I}_{16} \cdot \mathbb{Z}_{6} \qquad \mathbb{U}_{6} = (55{,}17 - j \cdot 22{,}07) \cdot 10^{-3} \cdot (41{,}2 + j \cdot 21{,}6)$$

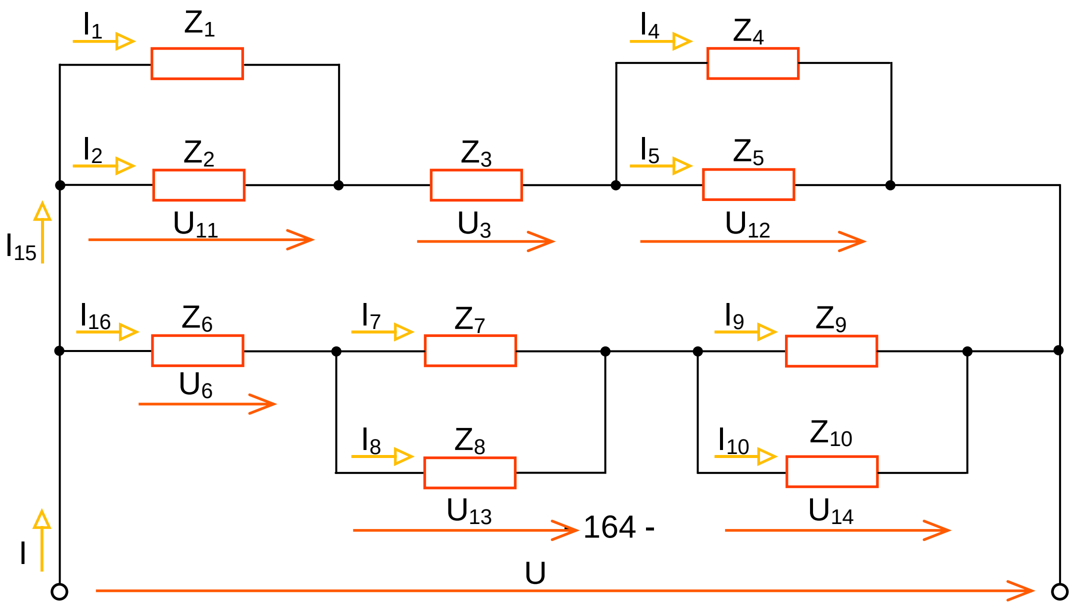
$$\mathbb{U}_{6} = 2{,}273 + j \cdot 1{,}1917 - j \cdot 0{,}9093 - j^2 \cdot 0{,}4767 \qquad \mathbb{U}_{6} = (2{,}75 + j \cdot 0{,}282)\ \text{V}$$

$$\mathbb{U}_{13} = \mathbb{I}_{16} \cdot \mathbb{Z}_{13} \qquad \mathbb{U}_{13} = (55{,}17 - j \cdot 22{,}07) \cdot 10^{-3} \cdot (2 - j \cdot 4)$$

$$\mathbb{U}_{13} = 0{,}1103 - j \cdot 0{,}2207 - j \cdot 0{,}0441 + j^2 \cdot 0{,}0883 \qquad \mathbb{U}_{13} = (22 - j \cdot 264{,}8)\ \text{mV}$$

$$\mathbb{U}_{14} = \mathbb{I}_{16} \cdot \mathbb{Z}_{14} \qquad \mathbb{U}_{14} = (55{,}17 - j \cdot 22{,}07) \cdot 10^{-3} \cdot (6{,}8 + j \cdot 2{,}4)$$

$$\mathbb{U}_{14} = 0{,}3752 + j \cdot 0{,}1324 - j \cdot 0{,}1501 - j^2 \cdot 0{,}053 \qquad \mathbb{U}_{14} = (428{,}2 - j \cdot 17{,}7)\ \text{mV}$$



$$\mathbb{I}_1 = \frac{\mathbb{U}_{11}}{\mathbb{Z}_1} \qquad \mathbb{I}_1 = \frac{(753{,}9 - j \cdot 569{,}3) \cdot 10^{-3}}{10 - j \cdot 5}$$

$$\mathbb{I}_1 = \frac{(753{,}9 - j \cdot 569{,}3) \cdot 10^{-3}}{10 - j \cdot 5} \cdot \frac{10 + j \cdot 5}{10 + j \cdot 5} \qquad \mathbb{I}_1 = \frac{7{,}539 + j \cdot 3{,}77 - j \cdot 5{,}693 - j^2 \cdot 2{,}847}{10^2 + 5^2}$$

$$\mathbb{I}_1 = \frac{10{,}386 - j \cdot 1{,}923}{125} \qquad \mathbb{I}_1 = (83{,}088 - j \cdot 15{,}384)\ \text{mA}$$

$$\mathbb{I}_2 = \frac{\mathbb{U}_{11}}{\mathbb{Z}_2} \qquad \mathbb{I}_2 = \frac{(753{,}9 - j \cdot 569{,}3) \cdot 10^{-3}}{10 + j \cdot 25}$$

$$\mathbb{I}_2 = \frac{(753{,}9 - j \cdot 569{,}3) \cdot 10^{-3}}{10 + j \cdot 25} \cdot \frac{10 - j \cdot 25}{10 - j \cdot 25} \qquad \mathbb{I}_2 = \frac{7{,}539 - j \cdot 18{,}848 - j \cdot 5{,}693 + j^2 \cdot 14{,}233}{10^2 + 25^2}$$

$$\mathbb{I}_2 = \frac{-6{,}694 - j \cdot 24{,}541}{725} \qquad \mathbb{I}_2 = (-9{,}233 - j \cdot 33{,}85)\ \text{mA}$$

$$\mathbb{I}_4 = \frac{\mathbb{U}_{12}}{\mathbb{Z}_4} \qquad \mathbb{I}_4 = \frac{1{,}1816 - j \cdot 0{,}1477}{15 + j \cdot 0}$$

$$\mathbb{I}_4 = (78{,}773 - j \cdot 9{,}847)\ \text{mA}$$

$$\mathbb{I}_5 = \frac{\mathbb{U}_{12}}{\mathbb{Z}_5} \qquad \mathbb{I}_5 = \frac{1{,}1816 - j \cdot 0{,}1477}{0 + j \cdot 30}$$

$$\mathbb{I}_5 = \frac{1{,}1816 - j \cdot 0{,}1477}{0 + j \cdot 30} \cdot \frac{0 - j \cdot 30}{0 - j \cdot 30} \qquad \mathbb{I}_5 = \frac{-j \cdot 35{,}448 + j^2 \cdot 4{,}431}{30^2}$$

$$\mathbb{I}_5 = \frac{-4{,}431 - j \cdot 35{,}448}{900} \qquad \mathbb{I}_5 = (-4{,}923 - j \cdot 39{,}387)\ \text{mA}$$

$$\mathbb{I}_7 = \frac{\mathbb{U}_{13}}{\mathbb{Z}_7} \qquad \mathbb{I}_7 = \frac{(22 - j \cdot 264{,}8) \cdot 10^{-3}}{0 - j \cdot 5}$$

$$\mathbb{I}_7 = \frac{(22 - j \cdot 264{,}8) \cdot 10^{-3}}{0 - j \cdot 5} \cdot \frac{0 + j \cdot 5}{0 + j \cdot 5} \qquad \mathbb{I}_7 = \frac{j \cdot 0{,}11 - j^2 \cdot 1{,}324}{5^2}$$

$$\mathbb{I}_7 = \frac{1{,}324 + j \cdot 0{,}11}{25} \qquad \mathbb{I}_7 = (52{,}96 + j \cdot 4{,}4)\ \text{mA}$$

$$\mathbb{I}_8 = \frac{\mathbb{U}_{13}}{\mathbb{Z}_8} \qquad \mathbb{I}_8 = \frac{(22 - j \cdot 264{,}8) \cdot 10^{-3}}{10 + j \cdot 0}$$

$$\mathbb{I}_8 = (2{,}2 - j \cdot 26{,}48)\ \text{mA}$$

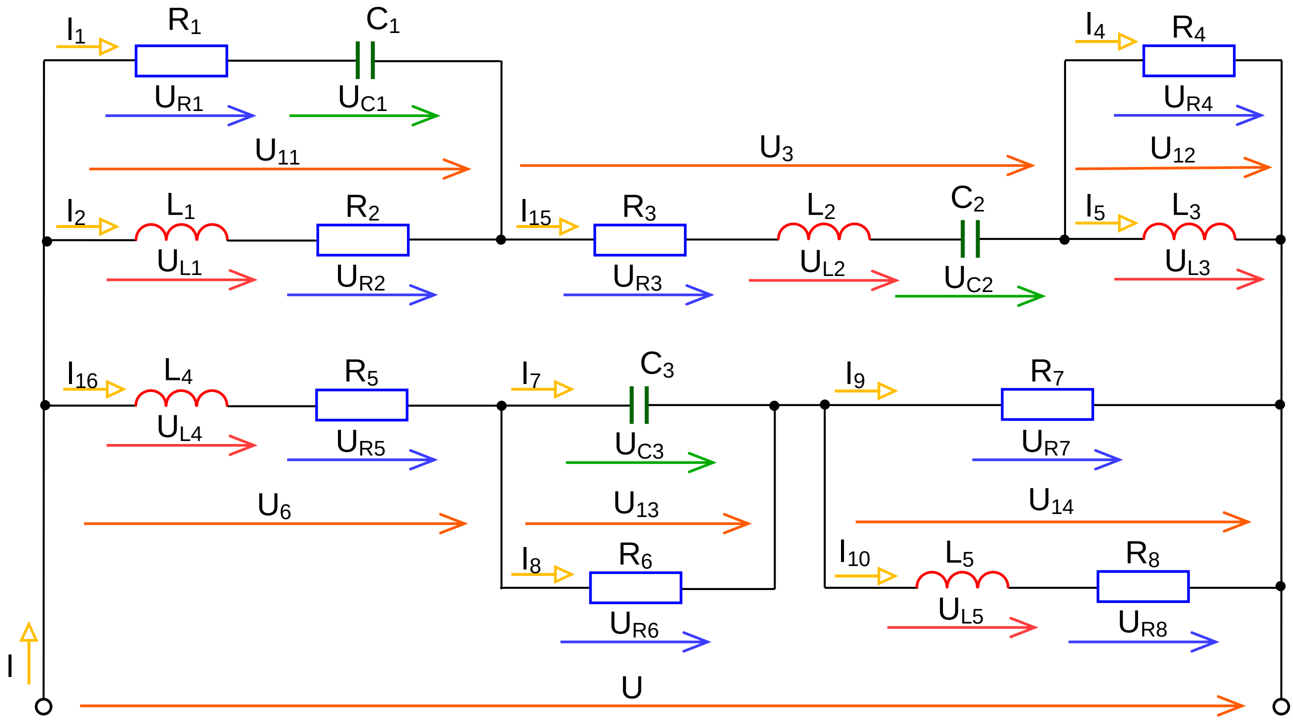
$$\mathbb{I}_9 = \frac{\mathbb{U}_{14}}{\mathbb{Z}_9} \qquad \mathbb{I}_9 = \frac{(428{,}2 - j \cdot 17{,}7) \cdot 10^{-3}}{10 + j \cdot 0}$$

$$\mathbb{I}_9 = (42{,}82 - j \cdot 1{,}77)\ \text{mA}$$

$$\underline{I}_{10} = \frac{\underline{U}_{14}}{\underline{Z}_{10}} \qquad \underline{I}_{10} = \frac{(428{,}2 - j \cdot 17{,}7) \cdot 10^{-3}}{10 + j \cdot 15}$$

$$\underline{I}_{10} = \frac{(428{,}2 - j \cdot 17{,}7) \cdot 10^{-3}}{10 + j \cdot 15} \cdot \frac{10 - j \cdot 15}{10 - j \cdot 15} \qquad \underline{I}_{10} = \frac{4{,}282 - j \cdot 6{,}423 - j \cdot 0{,}177 + j^2 \cdot 0{,}266}{10^2 + 15^2}$$

$$\underline{I}_{10} = \frac{4{,}016 - j \cdot 6{,}6}{325} \qquad \underline{I}_{10} = (12{,}357 - j \cdot 20{,}308)\ \mathrm{mA}$$



$$\underline{U}_{R1} = \underline{I}_1 \cdot R_1 \qquad \underline{U}_{R1} = (83{,}088 - j \cdot 15{,}384) \cdot 10^{-3} \cdot 10$$

$$\underline{U}_{R1} = (830{,}88 - j \cdot 153{,}84)\ \mathrm{mV}$$

$$\underline{U}_{C1} = \underline{I}_1 \cdot (-j \cdot X_{C1}) \qquad \underline{U}_{C1} = (83{,}088 - j \cdot 15{,}384) \cdot 10^{-3} \cdot (-j \cdot 5)$$

$$\underline{U}_{C1} = (-76{,}92 - j \cdot 415{,}44)\ \mathrm{mV}$$

$$\underline{U}_{L1} = \underline{I}_2 \cdot j \cdot X_{L1} \qquad \underline{U}_{L1} = (-9{,}233 - j \cdot 33{,}85) \cdot 10^{-3} \cdot j \cdot 25$$

$$\underline{U}_{L1} = (846{,}25 - j \cdot 230{,}825)\ \mathrm{mV}$$

$$\underline{U}_{R2} = \underline{I}_2 \cdot R_2 \qquad \underline{U}_{R2} = (-9{,}233 - j \cdot 33{,}85) \cdot 10^{-3} \cdot 10$$

$$\underline{U}_{R2} = (-92{,}33 - j \cdot 338{,}5)\ \mathrm{mV}$$

$$\underline{U}_{R3} = \underline{I}_{15} \cdot R_3 \qquad \underline{U}_{R3} = (73{,}85 - j \cdot 49{,}23) \cdot 10^{-3} \cdot 7{,}375$$

$$\underline{U}_{R3} = (544{,}64 - j \cdot 363{,}07)\ \mathrm{mV}$$

$$\underline{U}_{L2} = \underline{I}_{15} \cdot j \cdot X_{L2} \qquad \underline{U}_{L2} = (73{,}85 - j \cdot 49{,}23) \cdot 10^{-3} \cdot j \cdot 16$$

$\mathbb{U}_{L2} = (0{,}788 + j \cdot 1{,}182)\ \mathrm{V}$

$\mathbb{U}_{C2} = \mathbb{I}_{15} \cdot (-j \cdot X_{C2})$ $\qquad$ $\mathbb{U}_{C2} = (73{,}85 - j \cdot 49{,}23) \cdot 10^{-3} \cdot (-j \cdot 1{,}375)$

$\mathbb{U}_{C2} = (-67{,}694 - j \cdot 101{,}544)\ \mathrm{mV}$

$\mathbb{U}_{L4} = \mathbb{I}_{16} \cdot j \cdot X_{L4}$ $\qquad$ $\mathbb{U}_{L4} = (55{,}17 - j \cdot 22{,}07) \cdot 10^{-3} \cdot j \cdot 21{,}6$

$\mathbb{U}_{L4} = (0{,}477 + j \cdot 1{,}192)\ \mathrm{V}$

$\mathbb{U}_{R5} = \mathbb{I}_{16} \cdot R_5$ $\qquad$ $\mathbb{U}_{R5} = (55{,}17 - j \cdot 22{,}07) \cdot 10^{-3} \cdot 41{,}2$

$\mathbb{U}_{R5} = (2{,}273 - j \cdot 0{,}909)\ \mathrm{V}$

$\mathbb{U}_{L5} = \mathbb{I}_{10} \cdot j \cdot X_{L5}$ $\qquad$ $\mathbb{U}_{L5} = (12{,}357 - j \cdot 20{,}308) \cdot 10^{-3} \cdot j \cdot 15$

$\mathbb{U}_{L5} = (304{,}62 + j \cdot 185{,}25)\ \mathrm{mV}$

$\mathbb{U}_{R8} = \mathbb{I}_{10} \cdot R_8$ $\qquad$ $\mathbb{U}_{R8} = (12{,}357 - j \cdot 20{,}308) \cdot 10^{-3} \cdot 10$

$\mathbb{U}_{R8} = (123{,}57 - j \cdot 203{,}08)\ \mathrm{mV}$

$\mathbb{U}_{R4} = \mathbb{U}_{L3} = \mathbb{U}_{12}$

$\mathbb{U}_{R6} = \mathbb{U}_{C3} = \mathbb{U}_{13}$

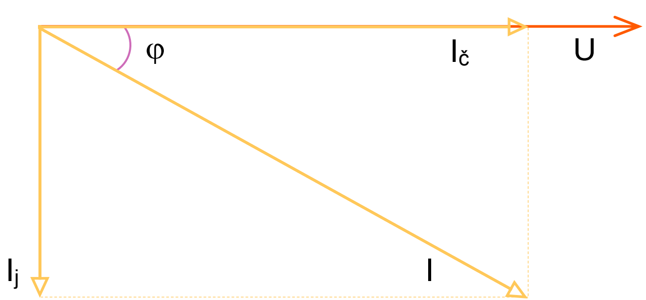
$\mathbb{U}_{R7} = \mathbb{U}_{14}$

Pro doplnění můžeme přepočíst hodnoty obvodových veličin (jejich složek) na délky a narýsovat fázorový diagram:

Zvolíme měřítko napětí $1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 0{,}4\ \mathrm{V}$ a proudu $1\ \mathrm{cm} \mathrel{\widehat{=}} 20\ \mathrm{mA}$

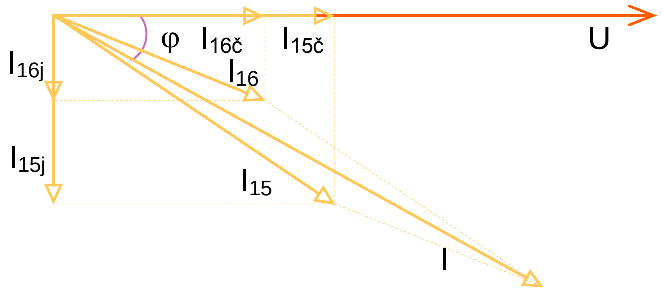
$$U = 3{,}2\ \mathrm{V} \Rightarrow |U| = \frac{3{,}2}{0{,}4} = 8\ \mathrm{cm}$$

$$I_č = 129{,}02\ \mathrm{mA} \Rightarrow |I_č| = \frac{129{,}02}{20} = 6{,}45\ \mathrm{cm} \qquad I_j = 71{,}3\ \mathrm{mA} \Rightarrow |I_j| = \frac{71{,}3}{20} = 3{,}57\ \mathrm{cm}$$



$$I_{15č} = 73{,}85\ \mathrm{mA} \Rightarrow |I_{15č}| = \frac{73{,}85}{20} = 3{,}69\ \mathrm{cm} \quad I_{15j} = 49{,}23\ \mathrm{mA} \Rightarrow |I_{15j}| = \frac{49{,}23}{20} = 2{,}46\ \mathrm{cm}$$

$$I_{16č} = 55{,}17\ \mathrm{mA} \Rightarrow |I_{16č}| = \frac{55{,}17}{20} = 2{,}76\ \mathrm{cm} \quad I_{16j} = 22{,}07\ \mathrm{mA} \Rightarrow |I_{16j}| = \frac{22{,}07}{20} = 1{,}1\ \mathrm{cm}$$



Jelikož známe velikosti reálných i imaginárních složek všech napětí a všech proudů, můžeme je jednoduše nakreslit (musíme si jen dát pozor na znaménko, tedy na směr). Pro přehlednost nakreslíme jen napětí na cívce L_4 a rezistoru R_5 a jejich součet, tedy napětí U_6.

$$U_{L4_{Re}} = 0{,}477\ \mathrm{V} \Rightarrow |U_{L4_{Re}}| = \frac{0{,}477}{0{,}4} = 1{,}19\ \mathrm{cm}$$

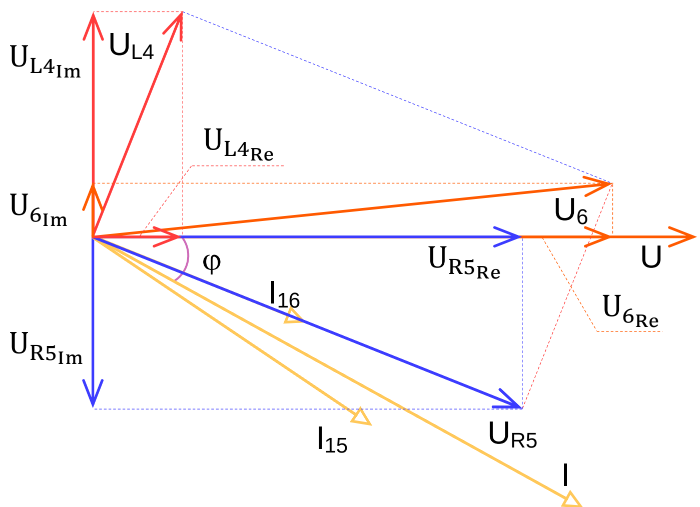
$$U_{L4_{Im}} = 1{,}192\ \mathrm{V} \Rightarrow |U_{L4_{Im}}| = \frac{1{,}192}{0{,}4} = 2{,}98\ \mathrm{cm}$$

$$U_{R5_{Re}} = 2{,}273\ \mathrm{V} \Rightarrow |U_{R5_{Re}}| = \frac{2{,}273}{0{,}4} = 5{,}68\ \mathrm{cm}$$

$$U_{R5_{Im}} = 0{,}909\ \mathrm{V} \Rightarrow |U_{R5_{Im}}| = \frac{0{,}909}{0{,}4} = 2{,}27\ \mathrm{cm}$$

$$U_{6_{Re}} = 2{,}75\ \mathrm{V} \Rightarrow |U_{6_{Re}}| = \frac{2{,}75}{0{,}4} = 6{,}88\ \mathrm{cm}$$

$$U_{6_{Im}} = 0{,}282\ \mathrm{V} \Rightarrow |U_{6_{Im}}| = \frac{0{,}282}{0{,}4} = 0{,}71\ \mathrm{cm}$$



Stejně bychom mohli narýsovat i všechny ostatní fázory.

POUŽITÁ LITERATURA:

[1] VOŽENÍLEK, Ladislav; ŘEŠÁTKO, Miloš. *Základy elektrotechniky I*. Praha: SNTL, 1984. Střídavý proud, s. 301.

[2] BLAHOVEC, Antonín. *Elektrotechnika III: Příklady a úlohy*. Vydání páté, nezměněné. Praha: Informatorium, 2002. 291 s. ISBN 80-7333-045-8

[3] TKOTZ, Klaus a kolektiv. *Příručka pro elektrotechnika*. Přeložil Jiří Handlíř. Praha: EUROPA - SOBOTÁLES cz, 2002. Sinusové střídavé veličiny, s. 561. ISBN 80-86706-00-1.

Projekt Moravskoslezského kraje TIME je zaměřen na podporu odborného vzdělávání a návrh podmínek a nástrojů k nastavení krajského systému specifického odborně a profesně orientovaného dalšího vzdělávání pedagogických pracovníků (DVPP) v Moravskoslezském kraji pro potřeby vybraných kategorií pedagogických pracovníků středních odborných škol.

Vzdělávací programy byly vytvořeny školními týmy metodiků odborného vzdělávání z partnerských škol, které zapojily do realizačních týmů významné odborníky z praxe a zástupce zaměstnavatelů s cílem zajistit co nejtěsnější vazby na potřeby praxe i vývojových tendencí v příslušném oboru. Tyto týmy zajišťují celý proces přípravy i realizace vzdělávacích programů od tvorby, pilotního ověření, inovace na základě zpětné vazby a získaných poznatků, následnou realizaci v rámci vzdělávání pedagogů jiných škol i akreditaci těchto programů pro potřeby DVPP. Takto mohou být výstupy projektu dále šířeny prostřednictvím pilotních partnerských škol, které v roli regionálního oborového centra zajistí specifické DVPP pro potřeby učitelů odborných předmětů, učitelů odborného výcviku a praktického vyučování z vybraných oblastí i po ukončení tohoto krajského projektu.

Tento vzdělávací program byl vytvořen ve spolupráci s odborníky z praxe v rámci projektu Moravskoslezského kraje
a je určen učitelům odborných předmětů, odborného výcviku a praktického vyučování na středních odborných školách příslušného oborového zaměření.

evropský sociální fond v ČR · EVROPSKÁ UNIE · MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY · OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost · Moravskoslezský kraj

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ